

文章编号: 1007-4619 (2000) 01-0027-05

# GIS 中缓和曲线的不确定性模型

童小华<sup>1,2</sup>, 史文中<sup>1</sup>, 刘大杰<sup>2</sup>

(1. 香港理工大学 土地测量与地理资讯学系, 香港九龙; 2 同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092)

**摘要:** 该文推导了缓和曲线上任意点坐标的方差的加权平均值, 来建立描述曲线元不确定性的模型。给出了以缓和曲线法线方向的中误差表示误差带宽的  $\epsilon_\sigma$  模型, 以及以最大方向误差表示带宽的  $\epsilon_m$  模型的计算方法。通过实例说明了  $\epsilon_m$  模型是理论上更加严密的缓和曲线误差模型, 而  $\epsilon_\sigma$  模型是一种简化的描述模型。

**关键词:** 误差模型; GIS; 缓和曲线

**中图分类号:** TP701 **文献标识码:** A

在利用 GIS 为道路交通规划、设施管理为目的的应用中 (Geographical Information System for Transportation, 简称 GIS-T), 往往需要建立某一地区准确的道路基础地图数据库, 在其上标示精确位置的桥梁、涵洞、挡土墙以及交通标志标牌等, 并与各种属性数据集连接, 形成交通基础设施管理系统, 用于交通事故管理、辅助规划管理工作。其中, 基础空间数据库中数据的精度与质量无疑是影响应用 GIS 进行分析和决策的一大因素, 特别是在高速公路管理、道路设计以及交通事故管理等方面更为突出。关于 GIS 空间数据的精度与不确定性问题, 也是 GIS 研究中极为重要的基础理论课题<sup>[1-4]</sup>。

道路交通空间数据是以线性要素为特征 (如直线、圆曲线和缓和曲线等), 对其质量与精度的研究有利于 GIS-T 用于道路交通规划与管理的决策的有效性和可靠性。美国交通研究委员会 (Transportation Research Board, 简称 TRB) 成立的 GIS-T 研究工作组 (GIS-T Task Force), 1997 年开始“交通运输线性空间数据质量标准与不确定性研究”等项研究。全美公路合作研究计划 (National Cooperative Highway Research Program, 简称 NCHRP) 1998 年立项题为“交通运输空间数据的精度与质量 (Quality and Accuracy of Positional Data in Transportation)”, 重点研究以线性参照为特征的交通数据的数据质量和精度标准。

缓和曲线是交通地理信息系统中的基本空间要素。作为道路、铁路平面线形的主要组成部分, 一般是与直线、圆曲线等共同构成一段组合曲线类型。文献 [5] 采用最小二乘平差建立了规则线状要素 (如道路直线段、圆曲线和缓和曲线) 数字化数据处理模型, 并得到了衡量曲线数字化质量的精度指标, 这为研究其不确定性传播打下了基础。我们以直线不确定性模型的进一步分析为基础<sup>[1]</sup>, 初步探讨并简要地叙述了建立曲线元不确定性模型的方法。

若已知缓和曲线上两点 1, 2 (图 1), 且有观测距离  $S_{1i}$  和  $S_{2i}$ , 则可以分别由点 1 和  $S_{1i}$ , 或者由点 2 和  $S_{2i}$  确定  $i$  点在缓和曲线上的位置, 并可对它们取加权平均值, 通过加权平均值的方差来描述缓和曲线的不确定性。

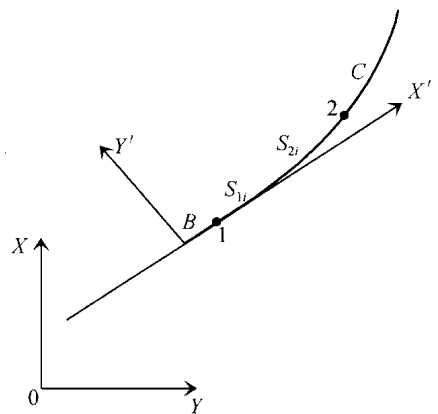


图 1 直线、缓和曲线和圆曲线的组合

Fig. 1 The combination of line, transition and circular curve

收稿日期: 1998-12-15; 修订日期: 1999-03-19

基金项目: 香港大学资助委员会研究基金 (编号: Polyu 5093) 及国家自然科学基金 (编号: 49671065) 资助。

作者简介: 童小华 (1971—), 男, 同济大学测量与国土信息工程系讲师, 1999 年 6 月获得同济大学工学博士学位。主要从事 GIS 数据质量与误差处理的研究, 已发表论文 10 余篇。

1) 刘大杰, 童小华, 1998. GIS 中直线与曲线不确定性模型的研究, 第二届两岸测绘学术研讨会暨第十七届测量学术及应用研讨会, 中国台湾, 台南, 1263-1270.

### 1 缓和曲线上任意点坐标的微分关系式

如图 1, 在缓和曲线局部坐标系(以缓和曲线起点 B 为局部坐标原点, 以该点的切线方向  $BX'$  为横轴, 以其法线方向  $BY'$  为纵轴, 建立右手系坐标)  $X'BY'$  中, 有如下缓和曲线微分方程:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_i &= l_i - \frac{l_i^5}{40R^2 l_0^3} + \frac{l_i^9}{3456R^4 l_0^5} - \dots \\ \bar{y}_i &= \frac{l_i^3}{6Rl_0} - \frac{l_i^7}{336R^3 l_0^3} + \frac{l_i^{11}}{42240R^5 l_0^5} - \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $\bar{x}_i, \bar{y}_i$  表示缓和曲线上任意一点在  $X'BY'$  中坐标,  $l_i$  是从缓和曲线起点 B 到  $i$  点的曲线长度,  $l_0$  为缓和曲线总长,  $R$  为缓和曲线终点 C 处圆曲线半径。

下面在  $X'BY'$  坐标系中来讨论。

对(1)式微分得

$$\left. \begin{aligned} d\bar{x}_i &= a_{0i}dl_0 + a_{ri}dR + a_{ii}dl_i \\ d\bar{y}_i &= b_{0i}dl_0 + b_{ri}dR + b_{ii}dl_i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_{0i} &= \frac{l_i^5}{20R^2 l_0^3} - \frac{l_i^9}{864R^4 l_0^5} \\ a_{ri} &= \frac{l_i^5}{20R^3 l_0^2} - \frac{l_i^9}{864R^5 l_0^4} \\ a_{ii} &= 1 - \frac{l_i^4}{8R^2 l_0^2} + \frac{l_i^8}{384R^4 l_0^4} \\ b_{0i} &= -\frac{l_i^3}{6Rl_0} + \frac{l_i^7}{112R^3 l_0^3} - \frac{l_i^{11}}{8448R^5 l_0^5} \\ b_{ri} &= -\frac{l_i^3}{6R^2 l_0} + \frac{l_i^7}{112R^4 l_0^3} - \frac{l_i^{11}}{8448R^6 l_0^5} \\ b_{ii} &= \frac{l_i^2}{2Rl_0} - \frac{l_i^6}{48R^3 l_0^3} + \frac{l_i^{10}}{3840R^5 l_0^5} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

从(2)式中消去  $dl_i$ , 可得

$$\begin{aligned} b_{ii}d\bar{x}_i - a_{ii}d\bar{y}_i - (a_{0i}b_{ii} - a_{ri}b_{0i})dl_0 - \\ (a_{ri}b_{ii} - a_{ri}b_{ri})dR = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

对于点 1、2, 有

$$\left. \begin{aligned} b_{1i}d\bar{x}_1 - a_{1i}d\bar{y}_1 - (a_{01}b_{1i} - a_{r1}b_{01})dl_0 - \\ (a_{r1}b_{1i} - a_{r1}b_{r1})dR = 0 \\ b_{2i}d\bar{x}_2 - a_{2i}d\bar{y}_2 - (a_{02}b_{2i} - a_{r2}b_{02})dl_0 - \\ (a_{r2}b_{2i} - a_{r2}b_{r2})dR = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

可解得

$$\begin{bmatrix} dl_0 \\ dR \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{01} - a_{01}b_{11} & a_{11}b_{r1} - a_{r1}b_{11} \\ a_{21}b_{02} - a_{02}b_{21} & a_{21}b_{r2} - a_{r2}b_{21} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & -a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{12} & -a_{12} \end{bmatrix} dX \quad (6)$$

其中  $a, b$  系数由(3)式定义(取  $i=1, 2$ ), 且

$$dX = [d\bar{x}_1 \quad d\bar{y}_1 \quad d\bar{x}_2 \quad d\bar{y}_2]^T$$

而对于  $S_{1i}$  有

$$(\bar{x}_i - \bar{x}_1)^2 + (\bar{y}_i - \bar{y}_1)^2 = S_{1i}^2$$

微分得

$$\Delta\bar{x}_{1i}(d\bar{x}_i - d\bar{x}_1) + \Delta\bar{y}_{1i}(d\bar{y}_i - d\bar{y}_1) - S_{1i}dS_{1i} = 0 \quad (7)$$

将(6)式代入(4)式, 并与(7)式联合可得

$$\begin{bmatrix} d\bar{x}'_i \\ d\bar{y}'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x & A_{xs} & 0 \\ A_y & A_{ys} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dS_{1i} \\ dS_{2i} \end{bmatrix} = Ad\zeta \quad (8)$$

为下面的推导方便在式(8)中将  $d\bar{x}_i, d\bar{y}_i$  记为  $d\bar{x}'_i, d\bar{y}'_i$ 。其中

$$A = \begin{bmatrix} A_x & A_{xs} & 0 \\ A_y & A_{ys} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\bar{x}_{1i} & \Delta\bar{y}_{1i} \\ b_{1i} & -a_{1i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & -S_{1i} & 0 \\ \alpha_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{11} = [\Delta\bar{x}_{1i} \quad \Delta\bar{y}_{1i} \quad 0 \quad 0]$$

$$a_{i2} = [a_{0i}b_{ii} - a_{ri}b_{0i} \quad a_{ri}b_{ii} - a_{ii}b_{ri}] \circ$$

$$\begin{bmatrix} a_{11}b_{01} - a_{01}b_{11} & a_{11}b_{r1} - a_{r1}b_{11} \\ a_{12}b_{02} - a_{02}b_{11} & a_{12}b_{r2} - a_{r2}b_{12} \end{bmatrix}^{-1} \circ$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & -a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{12} & -a_{12} \end{bmatrix}$$

$$d\zeta = [d\bar{x}_1 \quad d\bar{y}_1 \quad d\bar{x}_2 \quad d\bar{y}_2 \quad dS_{1i} \quad dS_{2i}]^T$$

(8)式是由点 1 和  $S_{1i}$  在  $X'BY'$  坐标系中得到的关系式。类似地, 由点 2 和  $S_{2i}$  可得到

$$\begin{bmatrix} d\bar{x}''_i \\ d\bar{y}''_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x & 0 & B_{xs} \\ B_y & 0 & B_{ys} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dS_{1i} \\ dS_{2i} \end{bmatrix} = Bd\zeta \quad (9)$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} B_x & 0 & B_{xs} \\ B_y & 0 & B_{ys} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\bar{x}_{2i} & \Delta\bar{y}_{2i} \\ b_{2i} & -a_{2i} \end{bmatrix}^{-1} \circ$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 & -S_{2i} \\ \beta_{12} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\beta_{11} = [\Delta\bar{x}_{2i} \quad \Delta\bar{y}_{2i} \quad 0 \quad 0]$$

$$\beta_{12} = [a_{0i}b_{ii} - a_{ri}b_{0i} \quad a_{ri}b_{ii} - a_{ii}b_{ri}] \circ$$

$$\begin{bmatrix} a_{11}b_{01} - a_{01}b_{11} & a_{11}b_{r1} - a_{r1}b_{11} \\ a_{12}b_{02} - a_{02}b_{11} & a_{12}b_{r2} - a_{r2}b_{12} \end{bmatrix}^{-1} \circ$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & -a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{12} & -a_{12} \end{bmatrix}$$

上面是在  $X'BY'$  坐标系中讨论的曲线上任意点

坐标的微分式,也可以转换到大地坐标系  $XOY$  中进行讨论。考虑在  $XOY$  坐标系中,不妨设  $B$  (直缓点)、 $C$  (缓圆点)为 1、2 号点,并将对应的距离  $S_{1i}$  和  $S_{2i}$  用弧长  $l_{1i}$ 、 $l_{2i}$  代替,且有  $l_{1i} + l_{2i} = l_0$ 。

将局部坐标系  $X'BY'$  中的坐标转换到坐标系  $XOY$ , 有

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos \left( \alpha + c \cdot \frac{\pi}{2} \right) \\ \sin \alpha & \sin \left( \alpha + c \cdot \frac{\pi}{2} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}'_i \\ \bar{y}'_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中  $\alpha$  是直缓点  $B$  处切线的方位角,也就是直线段的方位角。 $(x_1, y_1)$  是缓和曲线起点即直缓点在大地坐标系中的坐标,  $c$  为缓和曲线偏转参数。即得到  $XOY$  坐标系中的微分关系式。

### 2 任意点 $i$ 坐标的方差和 $\epsilon_\sigma$ 模型

为求定以点 1、2 之间的任意一点  $i$  坐标的方差,将由式 (8)、(9) 得到的微分关系式取加权平均值,其权为  $\frac{1}{S_{1i}}$  和  $\frac{1}{S_{2i}}$  (或  $\frac{1}{l_{1i}}$ 、 $\frac{1}{l_{2i}}$ ), 可得

$$\begin{bmatrix} d\bar{x}_i \\ d\bar{y}_i \end{bmatrix} = (1 - r_1) \begin{bmatrix} dx'_i \\ dy'_i \end{bmatrix} + r_1 \begin{bmatrix} dx''_i \\ dy''_i \end{bmatrix} = (A - r_1A + r_1B) \cdot d\zeta \quad (11)$$

式中  $r_1 = \frac{S_{1i}}{S_{12}}$ , 根据协方差传播律可得到

$$D_i = \begin{bmatrix} \sigma_{x_i}^2 & \sigma_{xy_i} \\ \sigma_{xy_i} & \sigma_{y_i}^2 \end{bmatrix} = (A - r_1A + r_1B)^T \cdot D\zeta \cdot (A - r_1A + r_1B) \quad (12)$$

式中  $\sigma_{x_i}^2$  和  $\sigma_{y_i}^2$  是  $i$  点坐标的方差。若以缓和曲线法线方向上的中误差  $\sigma_0$  表示误差带宽, 因法线方向的方位角为  $\theta = \beta_i \pm \frac{\pi}{2}$  ( $\beta_i$  为曲线上  $i$  点的转折角, 也就是  $i$  点处切线在  $X'BY'$  坐标系中的方位角) 且有

$$u_0 = \cos \theta \cdot x_i + \sin \theta \cdot y_i$$

所以

$$\sigma_0^2 = \cos^2 \theta \cdot \sigma_{x_i}^2 + \sin^2 \theta \cdot \sigma_{y_i}^2 + \sin 2\theta \cdot \sigma_{xy_i} \quad (13)$$

称以  $\sigma_0$  为误差带宽的模型为  $\epsilon_\sigma$  带和  $\epsilon_\sigma$  模型。

### 3 最大方向的 $\epsilon_m$ 带宽模型

缓和曲线的法线方向的中误差  $\epsilon_\sigma$  是  $i$  点中误

差曲线与缓和曲线之法线交点  $G_0$  至  $i$  的距离, 而  $G_0$  也不是误差曲线上至缓和曲线的最大距离的点, 设距离最大的点为  $G_\varphi$ , 由  $G_\varphi$  向缓和曲线作法线与曲线交于  $G_\lambda$ , 以下是求解  $G_\varphi G_\lambda$  和  $G_\varphi$  点的方法。

设  $iG_\varphi$  的方位角为  $\varphi$ , 仍有

$$\sigma_\varphi^2 = \cos^2 \varphi \cdot \sigma_{x_i}^2 + \sin^2 \varphi \cdot \sigma_{y_i}^2 + \sin 2\varphi \cdot \sigma_{xy_i} \quad (14)$$

此时,  $G_\varphi$  点的坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_\varphi &= x_i + \sigma_\varphi \cos \varphi \\ y_\varphi &= y_i + \sigma_\varphi \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

而过  $G_\lambda$  点的法线方程为

$$x_\lambda(x - x_\lambda) + y_\lambda(y - y_\lambda) = 0$$

其中

$$\left. \begin{aligned} x_\lambda &= \left. \left( \frac{dx}{dl} \right) \right|_{l=l_\lambda} = 1 - \frac{l_\lambda^4}{8R^2 l_0^2} + \frac{l_\lambda^8}{384R^4 l_0^4} \\ y_\lambda &= \left. \left( \frac{dy}{dl} \right) \right|_{l=l_\lambda} = \frac{l_\lambda^2}{2Rl_0} - \frac{l_\lambda^6}{48R^3 l_0^3} + \frac{l_\lambda^{10}}{3840R^5 l_0^5} \end{aligned} \right\}$$

因为  $(x_\varphi, y_\varphi)$  在法线上, 故有

$$(x_i - x_\lambda + \sigma_\varphi \cos \varphi)x_\lambda + (y_i - y_\lambda + \sigma_\varphi \sin \varphi)y_\lambda = 0 \quad (16)$$

设  $G_\varphi G_\lambda$  的距离为  $S_{\varphi\lambda}$ , 有

$$\begin{aligned} S_{\varphi\lambda}^2 &= (x_\varphi - x_\lambda)^2 + (y_\varphi - y_\lambda)^2 \\ &= (x_i - x_\lambda + \sigma_\varphi \cos \varphi)^2 + (y_i - y_\lambda + \sigma_\varphi \sin \varphi)^2 \end{aligned} \quad (17)$$

为了求得  $S_{\varphi\lambda}$  的最大值及相应的  $\varphi$ , 将  $\varphi$ 、 $\sigma_\varphi$  和  $l_\lambda$  作为参数, 而将 (14)、(16) 式作为参数应满足的条件, 分别对  $\varphi$ 、 $\sigma_\varphi$ 、 $l_\lambda$  取近似值  $\varphi^0$ 、 $\sigma_\varphi^0$  和  $l_\lambda^0$ , 将 (14)、(16) 式用泰勒级数展开, 并仅取一次项得到线性化的条件方程。

按求条件极值的方法并采用迭代求解可得到  $\varphi^0$ 、 $\sigma_\varphi^0$  和  $l_\lambda^0$  的改正值  $\delta\varphi$ 、 $\delta\sigma_\varphi$  和  $\delta l_\lambda$ 。进而可求得缓和曲线最大误差的方位角  $\varphi_m$  和  $S_{\varphi\lambda}$ , 并以  $S_{\varphi\lambda}$  的最大值表示缓和曲线的带宽, 称之为  $\epsilon_m$  模型。

### 4 算例分析与讨论

应用以上所讨论的误差带模型和计算方法, 进行实例计算分析。参照文献 [6] 的起算数据, 表 1 中列出了缓和曲线上两点  $Z_1$ 、 $Z_2$  的坐标, 以及对应的坐标方差—协方差矩阵数据, 同时假定量测距离  $S_{1i}$  和  $S_{2i}$  的方差为  $5.0 \text{ m}^2$  (表 2)。

分析以上的计算结果可知:

(1) 表 3 中列出了根据式(13)、(17)计算的缓和曲线 1—5 上临界点( $r=0.5$ )的  $\epsilon_\sigma$  模型和  $\epsilon_m$  模型的带宽值, 以及所对应的误差椭圆参数。它们分别对应了缓和曲线上两个端点误差的各种情况, 例如: 坐标分量精度相等但不相关; 精度不相等且不相关; 精度相等且相关; 精度不等且相关; 以及坐标点精度的一般情况。从表 3 的计算结果可以看到, 缓和曲线 4、5 的  $\epsilon_\sigma$  模型和  $\epsilon_m$  模型所得到的误差带宽值有明显的差异, 其差值约在 0.6—0.8 m 之间。而对比表 2 中缓和曲线 1 的  $\epsilon_\sigma$  带和  $\epsilon_m$  带的计算值, 可知其差异不是很大, 其差值仅在 0—5.5 mm 之间, 这说明了

缓和曲线上的两个端点坐标的精度大小, 以及各坐标分量的相关情况及相关程度等对  $\epsilon_\sigma$  带和  $\epsilon_m$  带的差异有较大的影响。由此, 也可以看出, 曲线的  $\epsilon_\sigma$  带和  $\epsilon_m$  带模型在端点误差(大小、相关)不同的情况下, 其差异是不同的。因此, 可以认为在一般的情况下,  $\epsilon_m$  带模型是理论上更加严密的缓和曲线不确定性模型, 而且由于利用计算机进行数值解法, 是完全可以达到实用的。当然, 当  $\epsilon_\sigma$  带和  $\epsilon_m$  带模型之间的差异不明显时(例如, 端点坐标分量精度接近), 实用上取  $\epsilon_\sigma$  带来描述缓和曲线的误差实现起来更为容易些。

表 1 起始数据列表  
Table 1 Original data sets

曲线号	$Z_1$					$Z_2$				
	$X_1/m$	$Y_1/m$	$\sigma_{x_1}^2/m^2$	$\sigma_{y_1}^2/m^2$	$\sigma_{x_1y_1}^2/m^2$	$X_2/m$	$Y_2/m$	$\sigma_{x_2}^2/m^2$	$\sigma_{y_2}^2/m^2$	$\sigma_{x_2y_2}^2/m^2$
1	342.31	1319.69	18.91	18.91	0.00	586.72	1366.86	18.91	18.91	0.00
2	342.31	1319.69	18.91	8.71	0.00	586.72	1366.86	18.91	8.71	0.00
3	342.31	1319.69	18.91	18.91	8.83	586.72	1366.86	18.91	18.91	8.83
4	342.31	1319.69	18.91	8.71	8.83	586.72	1366.86	18.91	8.71	8.83
5	342.31	1319.69	17.30	10.32	9.58	586.72	1366.86	6.82	5.38	4.08

表 2 缓和曲线 1 的误差参数与带宽计算结果  
Table 2 Results of error ellipse and error bands for curve no. 1

$\sigma_s^2$	$r$	$\sigma_{x_r}^2/m^2$	$\sigma_{y_r}^2/m^2$	$\sigma_{x_yr}^2/m^2$	$A/m$	$B/m$	$\Phi_r$	$\epsilon_\sigma/m$	$\epsilon_m/m$	$\Delta\epsilon/m$
5.0	0.10	17.775	19.708	-0.506	4.453	4.201	103-48-20	4.2160	4.2179	0.0019
	0.20	15.305	16.331	-0.448	4.062	3.891	110-33-12	3.9122	3.9139	0.0017
	0.30	12.475	12.435	-0.195	3.731	3.528	97-42-57	3.5318	3.5319	0.0001
	0.40	10.280	10.401	-0.010	3.526	3.206	90-16-32	3.2060	3.2062	0.0002
	0.50	9.455	11.955	0.000	3.458	3.075	90-0-0	3.0749	3.0749	0.0000
	0.60	10.289	12.425	-0.145	3.526	3.206	93-51-24	3.2076	3.2077	0.0001
	0.70	12.545	13.821	-0.365	3.731	3.528	104-52-40	3.5419	3.5434	0.0015
	0.80	15.505	16.132	-0.604	4.062	3.891	121-17-46	3.9376	3.9403	0.0027
	0.90	18.135	19.347	-0.907	4.453	4.201	118-7-46	4.2586	4.2640	0.0054

\*  $A_r$ 、 $B_r$ 、 $\Phi_r$  分别为误差椭圆的长、短半轴和主轴方向 下同

表 3 缓和曲线误差参数与误差带宽计算结果  
Table 3 Results of error ellipse and error bands for curves

曲线号	$r$	$\sigma_{x_r}^2/m^2$	$\sigma_{y_r}^2/m^2$	$\sigma_{x_yr}^2/m^2$	$A_r/m$	$B_r/m$	$\Phi_r$	$\epsilon_\sigma/m$	$\epsilon_m/m$	$\Delta\epsilon/m$
1	0.50	9.455	11.955	0.000	3.458	3.075	90-0-0	3.0749	3.0749	0.0
2	0.50	4.590	11.719	1.070	3.446	2.106	81-38-35	2.1425	2.3430	0.2005
3	0.50	7.602	13.808	-4.007	3.972	2.374	116-7-24	2.7572	3.1128	0.3556
4	0.50	2.737	13.573	-2.937	3.784	1.411	104-13-52	1.6545	2.4672	0.8127
5	0.50	2.589	9.866	-2.658	3.276	1.312	108-4-22	1.6090	2.2478	0.6388

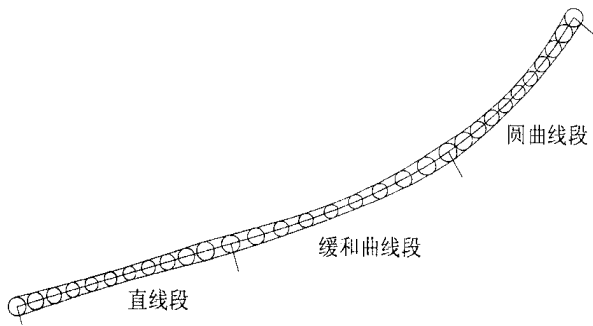


图 2 直线、缓和曲线和圆曲线的不确定性模型的可视化

Fig. 2 Visualization for Line, transition curve and circular curve uncertainty

(2) 图 2 是由直线、圆曲线和缓和曲线组合而成的一段曲线的不确定性模型的可视化, 其中, 假设各个坐标的精度是相等且不相关, 即:  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 15.0 \text{ m}^2$ ,  $\sigma_y = 0.0$ , 同时假定量测距离的方差为  $5.0 \text{ m}^2$ 。为了表达出这种区别, 可视化图将原数据生成的误差椭圆长、短半轴放大了 2 倍, 若不考虑量测距离误差的影响, 只需令距离误差为 0 并代入模型中计算即可。

## 5 结束语

本文通过推导缓和曲线上任意点坐标的方差并求其加权平均值, 建立了描述缓和曲线不确定性的模型。导出了两种误差带模型: (a) 以缓和曲线法线方向的中误差表示误差带宽的  $\epsilon_\sigma$  模型, 以及 (b) 以最大方向误差表示带宽的  $\epsilon_m$  模型。通过实例计

算, 说明了  $\epsilon_\sigma$  模型和  $\epsilon_m$  模型的误差分布特点。以往, 特别是在描述直线元的不确定性时, 通常采用法线方向的中误差来表示其误差模型, 即  $\epsilon_\sigma$  模型。但某些情况下,  $\epsilon_\sigma$  和  $\epsilon_m$  模型差异较大, 此时, 采用  $\epsilon_\sigma$  模型不能严格表达其不确定性。在此情况下, 应使用  $\epsilon_m$  模型, 从理论上讲,  $\epsilon_m$  是更加严密的缓和曲线误差模型。

## 参考文献 (References)

- [1] Perkal, J. On the Length of Empirical Curves; Discussion Paper 10, Ann Arbor MI [M]. Michigan Inter-University Community of Mathematical Cartographers, 1966.
- [2] Caspary, W., Scheuring R. Error-bands as Measures of Geometrical Accuracy [C]. In: Proceedings Third European Conference on Geographical Information Systems, 1992, 1: 226—223.
- [3] Chrisman, N. R. A Theory of Cartographic Error and its Measurement in Digital Data Base [C]. Proceedings of Auto-Carto 5, 1982.
- [4] Shi W. Z., Modeling Positional and Thematic Uncertainties in Integration of Remote Sensing and Geographic Information Systems [M]. ITC Publication, 1994, 147.
- [5] Meng Xiaolin, Liu Dajie, Zhu Zhaohong. Adjustment Models Used for Data Processing of Road Curve Digitization [J]. *Journal of Tongji University*, 1998, 26, (6): 669—673. [孟晓林, 刘大杰, 朱照宏, 1998, 道路曲线数字化数据处理的平差模型[J]. 同济大学学报 26(6): 669—673.]
- [6] Shi Wenzhong, Liu Wenbao. The Stochastic Process Model for Handling Positional Uncertainty of Line Segments in GIS [J]. *ACTA GEODAETICA et CARTOGRAPHICA SINICA*, 1998, 27 (1): 37—44. [史文中, 刘文宝. GIS 中线元位置不确定性的随机过程模型[J]. 测绘学报, 1998, 27(1): 37—44.]

## Handling Uncertainties of Transition Curve Features in GIS

TONG Xiao-hua<sup>1,2</sup>, SHI Wen-zhong<sup>1</sup>, LIU Da-jie<sup>2</sup>

(1. Department of Land Surveying & Geo-Informatics, The Hong Kong Polytechnic University, China; 2. Department of Surveying and Geomatics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** This paper presents two models for describing error of transition curve features based on error of points on the curve. The error nature of such a curve depends on variance-covariance matrices of endpoints. The first error model is based on root mean square error in normal direction of the transition curve. The second model is based on error in the maximum direction of the curve. Theoretically, the error model of maximum direction is more rigorous for describing error of transition curve lines. The error model of normal direction is a simplified model of the previous one and is widely used in describing error of straight lines.

**Key words:** error model; GIS; transition curve feature