

# 应用 Markov 链方法分析销售策略

陈伯成<sup>1</sup>, 叶伟雄<sup>2</sup>, 绳鹏<sup>3</sup>

(1. 清华大学 经管学院, 北京 100084; 2. 香港理工大学, 3. 北京时代之声咨询有限公司 100085)

**摘 要:** 本文简单地分析了销售的过程, 利用认知心理得到的销售状态指标和 Markov 链在 Pfeifer 工作的基础上建立的客户关系模型, 对几种不同的销售策略进行了比较。分析结果表明, 在与客户关系不好的情况下, 采用先改善与客户的关系、后实施销售活动效果比直接销售好些。

**关键词:** Markov 链; CRM; 关系; 销售; 模型

中图分类号: T274 文章标识码: A 文章编号: 1007-3221(2005)02-0019-07

## Applying Markov Chain Method to Analyzing Sales Strategies

CHEN Bo-cheng<sup>1</sup>, YIE Wei-xiong<sup>2</sup>, SHENG Peng<sup>3</sup>

(1. School of Economics & Management, Tsinghua University, Beijing 100084, China, 2. Department of Industrial and Systems Engineering, The Hong Kong Polytechnic Univ, China; 3. Beijing Time Sonic Consulting Co., Ltd, Beijing 100085, China.)

**Abstract:** The sales process is shortly analyzed, and the model is established based on the sales states, Markov chain and Pfeifer's work. Based on the model, several sales strategies are analyzed and compared. The result shows that a better sales strategy is first to improve the relationship with customers and then to promote products, when a sales plant is not in good relationship with customers.

**Key words:** Markov chain; CRM; relationship; sales; model

## 0 引言

销售一向被认为是个黑盒子, 是个没有过程的点(因为无法从过程预测结果)。成功或失败, 不到最后翻开牌, 似乎谁也无法知道结果。也有人将其比作走迷宫, 只有从另一端出来, 才知道是否是正确的出口。销售的分析是困难的, 但是也有一定的规律可以分析。很多人只注意到其过程是个迷宫, 却忘记了过去作什么——过去找人, 找人销售产品——迷宫正确的出口有人, 迷宫入口对面有人和没有人有很大的不同。从心理学的角度, 趋利避害的心理使人们对与自己有关系和无关系的事务会有意、无意的有不同的表现, 找到这些表现、改善同关键客户的关系就是指引销售人员正确地选择出迷宫道路的指示灯。因此从心理学角度, 销售也有自己的过程, 合理感知客户的过程。

收稿日期: 2004-07-20

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(70231010)

作者简介: 陈伯成(1957-)男, 山东人, 清华大学经管学院副教授, 硕士, 主要从事企业管理软件、决策支持等方向研究; 叶伟雄(1960-)男, 香港理工大学制造工程系副教授, 博士, 主要从事 CIMS 方向研究; 绳鹏(1963-)男, 北京时代之声咨询有限公司总经理, 硕士, 主要从事销售软件理论和软件制作方面的研究

如何感知销售状态和过程,这是近年来备受关注的课题。2003年底,Reichheld, FF认为:只需要(感知)一个指标就可以确定:你向朋友或同事推荐x公司的可能性有多大<sup>[3]</sup>。2004年4月, Morgan, NA等<sup>[3]</sup>和Kristensen, K<sup>[4]</sup>等人给出了不同意该观点的看法。国内绳鹏在2002年对此已给出较为系统的分析,指出销售是对人的销售,不仅给出了基于采购“关键人”认知心理的销售分析和方法,并且给出了评价销售过程的状态指标体系<sup>[1]</sup>,由于该体系切分了销售的过程,所以该思路也适合销售过程的数学建模。其各指标如下:

**关联状态:**反映销售人员与某关键人沟通关系的状态指标。该指标可有四个刻度:低(无话可说),中下(只说官话),中上(有效谈话),高(无话不谈)。

**态度指标:**反映关键人对买点的认同程度的状态指标。该指标可有三个刻度:低(对基本不认同),中(基本认同),高(非常认同)。

**信心指标:**反映关键人对卖点的公开的认同程度的状态指标。该指标可有四个刻度:低(“一对一”场合下不认同),中(“一对一”或小场合下基本认同),高(大的或重要的场合下基本认同)。这些指标不仅可以让销售人员确定自己的销售状态,而且还给他们提供了改进销售的方向。

回顾流程分析发展的历史,从福特的流水线上的看得见、摸得着的机加工流程分析<sup>[5]</sup>,到Hammer的看得见、摸不着业务流程分析<sup>[5]</sup>,到本文提到的看不见、摸不着销售流程分析<sup>[1]</sup>(基于人的认知心理分析建立的销售流程),每次概念的扩充,都在推动着该方向研究和应用的发展。

## 1 模型及表述

### 1.1 简单综述

本文主要讨论利用Markov链的方法分析客户关系和销售过程。该方面的建模方法和分析,国内外已经有了一些研究, Jain和Singh<sup>[6]</sup>在2002年对其发展过程、使用方法——从Courtheaux<sup>[7]</sup>给出的客户生命周期概念、Dwyer<sup>[8]</sup>扩展客户生命周期价值(LTV)概念和给出了客户保持和客户迁移计算和分析的例子与方法、Berger and Nasr<sup>[9]</sup>给出的LTV数学模型、Blattberg and Deighton<sup>[10]</sup>给出的可以获取客户成本和维持客户成本LTV模型、Bronnenberg<sup>[11]</sup>利用Markov链对客户关系建模和分析进行的尝试、Pfeifer和Carraway<sup>[12]</sup>利用Markov链建立相应的客户关系模型——到该方向未来趋势给出过较完整的综述和分析。

### 1.2 指标、说明与模型

本文的研究主要将绳鹏的指标简化和扩充,应用到Pfeifer的模型中,利用销售状态建立的模型,对几种销售策略进行分析。

为了数学建模方便,我们仅取一个指标——信心指标,并将其扩充,这样就将销售过程分成5个状态:5(无接触客户);4(一对一场合不认同);3(一对一场合认同),2(小集会场合认同),1(大的或重要场合基本赞同);如此我们可以将该状态指标应用到Pfeifer的结果中。

开始接触时,销售人员与客户的关系可以在5种状态中的任何一个状态,在任何一个状态,都可能销售成功,只是成功概率有较大的不同。假定:关系好,成功的概率大;关系不好,成功的概率小;显然有( $p_i < p_{i-1}$ ,  $p_j = 1$ ,  $i=2, \dots, j-1$ ),  $j=5$ 为状态数,如此可以用销售成功的概率来描述企业与客户的关系,并可以根据分析得到图1。图1中每个状态下企业销售成功概率为对应的 $p_i$ ( $i$ 为相应的状态),

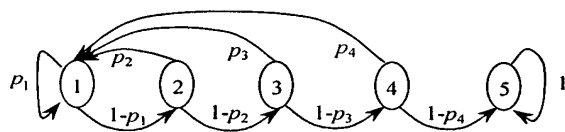


图1 给定销售状态的销售过程结构图

如果销售成功,企业与客户的关系由 $i$ ( $i=2, 3, 4$ )状态推进到1状态;如果不成功,其关系由现状态退后一个状态,退后的概率为对应的 $1-p_i$ 。如果销售成功,企业获利 $N-M$ 单位资金;销售不成功,企业损失 $M$ 单位资金。假定:销售成本是在交易形成之前投入,本例中退到状态5意味着没有接触。图1的各

状态的解释为, 没有永远的忠诚客户, 最后客户多会变为无接触客户, 客户与企业首次接触到再次成为无接触客户的时间称为客户生命周期。由以上分析, 可以根据图 1 建立相应的状态转移矩阵  $P$ 。矩阵  $P$  为一步转移矩阵,  $R$  为收益向量,  $V$  为收益现值期望值向量<sup>[13]</sup>。由于该矩阵的特点, 根据实际结果统计出来的不同时刻的  $P_i (i=0, 1, \dots, t, t+1, \dots)$  表示着企业与客户间的关系随时间的变化。

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 1-p_1 & 0 & 0 & 0 \\ p_2 & 0 & 1-p_2 & 0 & 0 \\ p_3 & 0 & 0 & 1-p_3 & 0 \\ p_4 & 0 & 0 & 0 & 1-p_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} N-M \\ -M \\ -M \\ -M \\ 0 \end{bmatrix}; \quad V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

也是由于该矩阵的特点, 可以利用  $P^2, P^3, P^4$  来预测客户交易 2 次、3 次、4 次、乃至无穷次后, 销售企业的收益现值的期望值。

### 1.3 销售企业期望收益预测模型

客户的销售策略可以考虑: 有限次交易情况的一次或多次交易, 和无限次交易情况时的销售企业期望收益预测。

#### 1.3.1 客户有限次交易条件下的多次交易分析

假定 每次客户交易后的收益现值都有衰减, 衰减因子为  $d=0.2$ , 预测客户  $j$  次交易后的收益期望值向量为: (其中:  $I * R$  可以认为是, 假定开始时客户处于某一状态, 因为马氏链的特点和前面的说明, 故系统有此初始值)。

$$V^j = \sum_{i=0}^j [(1+d)^{-1}P]^i R = I * R + [(1+d)^{-1}P] R + [(1+d)^{-1}P]^2 R + \dots + [(1+d)^{-1}P]^j R \quad (1)$$

客户一次交易后, 销售企业收益期望预测:

$$V^1 = \sum_{i=0}^1 [(1+d)^{-1}P]^i R = I * R + (1+d)^{-1}PR \quad (2)$$

#### 1.3.2 客户无限次交易条件下收益预测模型

如果考虑预测客户交易无穷条件下的交易, 由式(1), 可得销售企业收益期望值向量:

$$V = \lim_{j \rightarrow \infty} V^j = [I - (1+d)^{-1}P]^{-1}R \quad (3)$$

## 2 销售策略及比较

文献[13]中我们研究了应用其于客户关系建模, 文献[14]中我们研究了将该概念用于客户关系链问题, 下面就不同的销售方案作个比较。

### 2.1 客户有限次交易条件下一次交易的分析

设( $d=0$ ), 由式(2)可得式(4):

$$V^1 = [N + (p_1 N - 2M) \quad p_2 N - 2M \quad p_3 N - 2M \quad p_4 N - (1 + p_4)M \quad 0]^T \quad (4)$$

注意到  $p_i < p_{i-1}, p_j = 1, i=2, \dots, j-1, j=5$ ; 当  $p_4 \leq M / (N - M) = r / (1 - r)$  时 ( $r = M / N$ ),  $v_4 \leq 0$ 。如果想获利, 对状态 4 的客户(对各个状态的客户), 成功概率要大于该阈值概率。此时有  $v_1 > v_2 > v_3 > v_4$ , 由上式可以看出, 理论上成功的概率越大越好, 但实际上可能很小, 尤其是对状态 3、4 类客户销售时。

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & 1-p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 1-p_2 & 0 \\ 0 & p_3 & 0 & 0 & 1-p_3 \\ 1-p_4 & p_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ N-M \\ -M \\ -M \\ -M \end{bmatrix} \quad (4')$$

$P$  和  $R$  又可以表示为下面形式(改自文献[15]), 对应图 1 和图 2 可以看出, 该式表示了多种将客户分类管理的销售策略, 其每个子集都是一种分类方式。如: 第一个方框将客户分为 2 类, 第二个框将客户分为

3类,等等。其意义:当对应状态的获利为负数时,采用对对应状态的客户不销售策略会给销售企业减少很多损失。如:当  $v_4 < 0$  时,在  $p_3 \geq 2r$  时,可以采用下面的策略:

$$V^1 = [N + (p_1 N - 2M) \quad p_2 N - 2M \quad p_3 N - 2M \quad 0 \quad 0]^T \tag{5}$$

因为对 4 状态的客户不销售,没有负的  $v_4$ , (5) 式的  $\sum v_i$  大于 (4) 式的  $\sum v_i$ , 因此销售方案 (5) (图 3) 要好于方案 (4)。同理可以讨论  $p_3 < 0$  的情况。

对客户有限次交易条件下多次交易的分析:由式 (1) 和 (4) 可以得到具有  $P$  矩阵结构的  $P'$ , 因为阈值概率的存在,有类似对式 (4') 同样的分析,但表达式复杂多了。

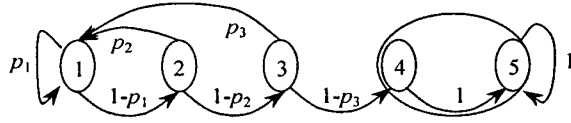


图 2 (5) 式方案的状态图

### 2.2 客户无穷次交易销售企业获利期望收益预测

由式 (3) 和 (4), 类似 (4'), 可得下面的结果:

$$(1 - P)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - p_1 & -1 + p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 1 & -1 + p_2 & 0 \\ 0 & -p_3 & 0 & 1 & -1 + p_3 \\ -1 + p_4 & -p_4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1} & -A_{11}^{-1} - A_{11}^{-1} A_{12} A_{22}^{-1} \\ 0 & A_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

其解结构同式 (4), 也可以有式 (4') 和图 2 类似的讨论, 下面给出更直接的分析。

#### 2.2.1 式 (3) 方案分析

为避开对式 (3) 的病态求逆, 可将其变换为:

$$[I - (1+d)^{-1}P] * V = R$$

从中解出:

$$V = [v_1 p_2 * v_1 - M + q_2 * v_3 \quad p_3 * v_1 - M + q_3 * v_4 \quad p_4 * v_1 - M \quad 0]^T \tag{6}$$

其中:

$$v_1 = \frac{N - (1 + q_1 + q_1 q_2 + q_1 q_2 q_3) M}{1 - p_1 - q_1 p_2 - q_1 q_2 p_3 - q_1 q_2 q_3 p_4}$$

$$p_i = \frac{p_i}{1+d}, \quad q_i = \frac{1-p_i}{1+d}, \quad p_i + q_i = \frac{1}{1+d}, \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

这是本销售方案的结果, 是假定对每类客户都可以开展销售活动的结果。

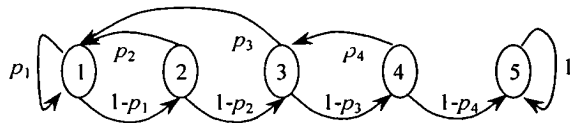


图 3 (6) 式方案的改进方案状态图

#### 2.2.2 将销售活动费用用于改善与客户的关系

如果成功的概率很难改善 (实际工作中的确存在这种情况, 否则就不需要分类管理了), 则可以考虑将销售费用用于改善与客户关系, 而不是立即用于销售活动, 这相当于下面的情况。(文献 [12] [15] 中使用的数据是销售数据, 而不是接触数据, 从这个意义上讲, 他们建立的不是真正的关系模型, 实际上在开始有目的的销售活动的过程中要与客户有很多次接触, 所以客户还可以有接触客户、订单客户、服务客户、定制客户等分类, 还可以按其他的方法分类)。

对不同类客户(如将状态集分为 1, 2, 3, 4, 5 等 3 类客户)使用不同的销售策略和销售成本(对状态 4 的销售成本为  $H$ ), 图 2 将转变为图 3, 这样更加接近实际。注意: 现  $p_4$  比原  $p_4$  大的多, 因为这是改进关系状态的推进概率(从一对一场合不认同到一对一场合认同), 而不是销售成功的概率。  $v_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 为各个状态的收益现值期望值, 各方程如式(1), (2)。由(2)得交易无限次收益现值期望值方程:

其转移矩阵  $P$  和收益矩阵  $R$  为:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 1-p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 1-p_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 1-p_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 & 0 & 0 & 1-p_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} N-M \\ N-M \\ N-M \\ v_3-M \\ N-M \\ N-M \\ N-M \\ 0 \end{bmatrix}$$

可以求得无穷次销售收益期望值(其中:  $q_i, p_i$  与  $p_i$  的含义同式(6)的说明):

$$V = \left[ \frac{(N-M)-q_1 * M}{1-p_1}, \frac{(N-M)-q_2 * M}{1-p_2}, \frac{(N-M)-q_3 * M}{1-p_3}, \frac{v_3-M}{1-p_4}, 0 \right]^T \quad (8)$$

方案比较:

因为式(6)中  $v_4 < 0$  时, 改进方案可以令  $v_4 = 0$ , 此时:  $V = [v_1(p_2 + q_2 * p_3), v_1 - (1 + q_2)M, p_3 * v_1 - M, 0]^T$  (6'), 证明式(8)好于式(6)比较麻烦, 此处以图的形式表示差异。

考虑式(6')的  $v_1$ , 在给定参数下, 以  $p_3$  为变量可得图 4, 图 4 左面三个表达式为式(6)的  $v_1, v_2, v_3$ , 第四个表达式为式(8)的  $v_3$  (中间的曲线), 式(8)的  $v_1 = 44.89, v_2 = 40$ 。显然, 在给定的参数下, 式(8)方案好于式(6')方案。由于当  $v_4 \leq 0$  时, 式(6')方案好于式(6)方案, 因此式(8)方案好于式(6)方案。分析没有考虑式(8)的  $V_4$ , 结论: 采用改善与客户关系到新的状态再销售, 获利情况要好于对处于任何状态的客户都销售。

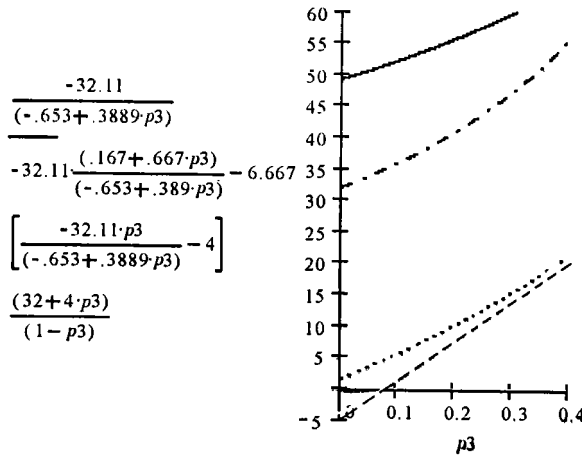


图 4 式(6)方案与式(8)方案的比较

$v_4 \geq 0$  情况也可以同样讨论, 但是会比较复杂。同样也可以令  $v_3$  或  $v_4 > 0$  求出阈值极限, 或用  $M$  代替  $H$  计算出阈值成本。

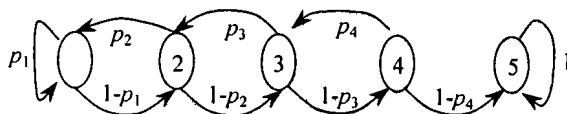


图 5 只允许在状态 1, 2 下销售方案

2.2.3 只允许在状态 1, 2 下的销售

假设我们将用于状态 3 和状态 4 的客户的销售费用  $M$  花费在改进双方关系上, 而不是直接用于促销上, 只允许对关系好的客户(处于状态 1, 2 的客户)促销, 可以想象因为本情况下的  $p_3, p_4$  不再是销售成功的概率, 而是改进关系的概率, 所以会有较大的增长, 由此, 图 3 变为图 5。图 5 的状态转移矩阵  $P$  和收益矩阵  $R$  分别为:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 1-p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 1-p_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 1-p_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 & 0 & 0 & 1-p_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} N-M \\ N-M \\ v_2-M \\ v_3-M \\ -M \\ -M \\ -M \\ 0 \end{bmatrix}$$

假定同样的衰减因子, 其收益期望值向量依然为式(1), (3), 无限次交易收益期望值向量为:

$$V = \left[ \frac{(N-M)-q_1 * M}{1-p_1}, \frac{(N-M)-q_2 * M}{1-p_2}, \frac{(v_2-H)-q_3 * M}{1-p_3}, \frac{v_3-M}{1-p_4}, 0 \right]^T \quad (9)$$

与(8)式方案相比, 虽然本式中  $v_1, v_2$  没有变化,  $p_3, p_4$  值因变为状态推进概率而变大(造成  $v_3$  分子变大、分母变小), 但  $v_3$  变化导致  $v_4$  变化。

方案比较:

式(9)与式(8)的差异主要在  $v_3$  上, 将两个  $v_3$  相减:

$$\frac{v_2 - (1+q_3)H}{1-p_3} - \frac{N - (1+q_3)M}{1-p_3} > \frac{v_2 - (1+q_3)M}{1-p_3} - \frac{N - (1+q_3)M}{1-p_3} = \frac{v_2 - N}{1-p_3}$$

有 
$$\frac{v_2 - N}{1-p_3} = \frac{N - (1+q_2)M}{1-p_2} - N = \frac{p_2 * N - (1+q_2)M}{(1-p_2)(1-p_3)}$$

当  $\frac{p_2 - M}{1-q_2} > \frac{M}{N}$  时式(9)的  $v_3 >$  式(8)的  $v_3$ , 考虑到分析时曾用  $H$  替换  $M$ , 该条件应不难满足。即:

式(9)方案一般要好于式(8)方案。

2.2.4 换角度考虑

图 5 没有考虑忠诚客户的情况(这也可以认为是考虑客户生命周期较长的模型), 如果考查相对较短时间的情况, 可认为有部分人可以成为忠诚客户, 则图 5 可以改变为图 6, 这是个双吸收壁的例子, 一面是忠诚客户, 一面是无关客户, 假定销售成功的概率  $p$  相等,  $d=0$ , 可以利用现有马氏链的结果对其进行分析(如赌徒输光问题), 也可以计算出其极限概率向量与各个状态的有关。假设各状态值为:  $40, 32(N-M), 24, 16, 8(M), 0$ (为说明方便, 取整值, 与本例有些出入), 利用已有结论<sup>[6]</sup>可得:

$$\text{忠诚客户的概率} = \frac{(\frac{q}{p})^4 - (\frac{q}{p})^5}{1 - (\frac{q}{p})^5}, \quad p=q \text{ 时, 为 } 1/5; \quad \text{无关客户的概率} = \frac{1 - (\frac{q}{p})^4}{1 - (\frac{q}{p})^5}, \quad p=q \text{ 时, 为 } 4/5.$$

但该结果相对实际销售中的实际状态下的成功概率  $p$  讲很难实现。

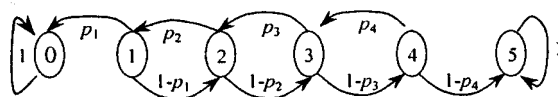


图 6 忠诚客户与不接触客户(双吸收壁问题)

### 3 结论

本文利用认知理论建立的销售状态指标和马氏链理论建立了客户关系模型, 并在此基础上分析了几种销售的策略。分析表明, 在无法提高关系不好的客户的销售成功概率的情况下, 可以采用先改善与客户的关系, 将与客户的关系调整到较好的情况下, 再投入销售活动的策略可能会获得更好的效果。

### 参考文献

- [1] 绳鹏. 这个叫销售的东西究竟是什么[M]. 北京: 中国社会科学出版社, 2003, 4.
- [2] Reichheld F. F. . The One Number You Need to Grow[J]. Harvard Business Review, 2003, 81(12): 46-55.
- [3] Morgan, Neil A., Rego, Lopo L. The One Number You Need to Grow[J]. Harvard Business Review, 2004, 82(4): 134-136.
- [4] Kristensen, Kai I., Westlund, Anders. The One Number You Need to Grow[J]. Harvard Business Review, 2004, 82(4): 136-137.
- [5] M Hammer. Re-Engineering Work: Don't Automate, Obliterate[J]. Harvard Business Review, 1990, 68(4): 104-113.
- [6] Jain D, Singh S. Customer lifetime value research in marketing: a review and future directions[J]. Journal of interactive marketing, 2002, 16(2): 34-46.
- [7] Courtheaux R.J. Database Marketing: Develop-ing a Profitable Mailing Plan[J]. Catalog Age, 1986, June-July.
- [8] Dwyer F R. Customer Lifetime Valuation to Support Marketing Decision Making[J]. Journal of Direct Marketing, 1989, 3(4): 8-15.
- [9] Berger P D, Nasr N I. Customer Lifetime Value: Marketing Models and Applications[J]. Journal of Interactive Marketing, 1998, 12(1): 17-29.
- [10] Blattberg R, Deighton J. Manage Marketing by the Customer Equity Test[J]. Harvard Business Review, 1996, 74(4): 136-144.
- [11] Bronnenberg B J. Advertising Frequency Decisions in a Discrete Markov Process Under a Budget Constraint[J]. Journal of Marketing Research, 1998, 35(3): 399-406.
- [12] P Pfeifer, R Carraway. Modeling customer relationships as markov chains[J]. Journal of Interactive Marketing, 2000, 14(2): 43-55.
- [13] 陈伯成, 叶伟雄, 绳鹏. Customer relationship Modeling and Analysis[A]. ICSSSM04 proceedings[C]. 2004. 7.
- [14] 陈伯成, 叶伟雄, 绳鹏. Analyzing and Modeling the CRM Chain—the Basis of SCM[A]. SCI 2004 proceedings[C]. 2004. 7.
- [15] 路晓伟, 蒋馥. 客户关系发展的马尔柯夫过程模型及其应用[J]. 工业工程与管理, 2004, 9(1): 40-43.
- [16] 陆大金. 随机过程及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

(上接第 13 页)专家意见集结, 在意见比较集中时能够得到比较合理的结果; 而当各专家的意见分歧比较明显时, 集结结果往往不合理。本文中提出的证据组合公式进行专家意见集结, 在专家意见有分歧时也能够得到合理的集结结果。本文中提出的专家意见集结方法亦适用于专家咨询和项目论证等群决策过程。

### 参考文献

- [1] Yager R R. On the aggregation of prioritized belief structure[J]. IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern. 1996, 26(6): 708-719.
- [2] 涂嘉文, 徐守时. 贝斯方法与 Dempster-Shafer 证据理论的讨论[J]. 红外与激光工程, 2001, 02: 140-143.
- [3] David Harmanec. Uncertainty in Dempster-Shafer theory[D]. M. Sc., Charles University, Prague, Czechoslovakia, 1996.
- [4] 何兵, 郝爱民, 赵沁平. 一种基于不确定信息的决策方法[J]. 计算机学报, 2004, 27(2): 281-285.
- [5] 武波, 马玉祥. 专家系统[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000.
- [6] 潘巍, 王阳生, 杨宏戟. D-S 证据理论决策规则分析[J]. 计算机工程与应用, 2004, 14: 14-17.
- [7] 朱卫东, 杨善林, 任明仑. 基于学习与证据理论的专家群体预测系统研究[J]. 预测, 2003, 22(1): 61-63.
- [8] 王丹力, 韩永生, 戴汝为. 用综合集成方法解决企业决策问题[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 3: 31-36.