Oct. 2001

文章编号: 1000-4750(2001)05-100-08

# 用时域法和频时域法识别桥面移动车载

余 岭,陈鸿天,罗绍湘

(香港理工大学土木与结构工程系,香港 九龙)

摘 要:基于欧拉梁模型,本文利用时域法和频时域法由桥梁响应识别桥面移动车载并重点 讨论了几个主要参数对识别结果的影响。这些参数包括模态数、采样频率、车速、响应测点 位置和测点数等。结果表明: 车桥试验室模型是成功的, 用时域法和频时域法均能得到满意 的识别结果,但以时域法实用性更强、精度更高,可以直接用于桥面移动车载识别的现场试 验。

关键词:桥梁;车辆;车桥相互作用:移动荷载识别;时域法:频时域法 中图分类号: 0327, TH113, TU311 文献标识码: A

## 1 引言

桥面移动车载识别是桥梁工程设计的一个非常重要的问题,也是结构动力学逆问题的 一个重要方面。近年来,虽然提出了很多方法[1-3],但都不同程度地存在着局限性,而且很 多方法仅适合于测量车辆静态力。由于车辆过桥时轮载是移动的,直接测量它不仅困难而 且精度难以保证,为此本文作者基于系统识别原理先后提出了时域法<sup>[4]</sup>和频时域法<sup>[5]</sup>,通 过测量车辆过桥时引起的桥梁响应来间接识别车辆轮载。初步研究表明这两种方法都能有 效地识别桥面移动车载[6],但都存在着明显的优缺点,特别是对车辆和桥梁的一些参数比 较敏感。为了改善这两种方法,使之能有效地直接服务于移动荷载识别的现场试验,本文 重点对车辆和桥梁主要参数对识别结果的影响进行了讨论。这些参数包括:桥梁结构模态 数、试验数据采样频率、车辆过桥速度、桥面响应测点位置和测点数以及识别时间等。最 后,本文给出了满意的研究结果,并提出了一些建议。

# 2 方法简述

如图 1 ,将桥梁考虑为一简支梁,其跨长为 L ,抗弯刚度为 EI ,单位长质量为 o , 粘性比例阻尼为C,忽略剪切变形和转动惯量(即伯努利欧拉梁)。假设一动荷载P以速度 c 自梁左端支承处向右移动,则其运动方程可以模态坐标  $q_{n}(t)$  形式表示为:

收稿日期: 2000-02-21; 修改日期: 2000-05-27

基金项目:香港研究资助局(RGC)资助项目(POLYU 5086/97E)

作者简介: 余岭(1963), 男, 湖北人, 高工, 博士生, 主要从事力学研究

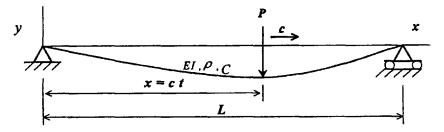


图 1 移动荷载识别简支梁模型

$$\ddot{q}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{q}(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{2}{\rho L} p_n(t) \qquad (n = 1, 2, \dots \infty)$$
 (1)

式中:

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \qquad \xi_n = \frac{C}{2\rho\omega_n}, \qquad p_n(t) = P(t)\sin(\frac{n\pi ct}{L})$$
 (2)

分别表示梁的第 n 阶模态频率、阻尼比和模态力。

#### 2.1 时域法(TDM)

方程(1)可以通过卷积积分法在时域求解  $q_n(t)$ 。基于模态叠加原理,梁的 x 处 t 时刻的变形(响应) y(x,t) 可求得如下:

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L \omega_{-}} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_{0}^{t} e^{-\xi_{n} \omega_{n}(t-\tau)} \sin \omega_{n}(t-\tau) \sin \frac{n\pi c \tau}{L} P(\tau) d\tau$$
 (3)

这里  $\omega_n' = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$  。 x 处 t 时梁的弯矩可利用关系式  $m(x,t) = -EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$  求得

$$m(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2EI\pi^2 n^2}{\rho L^3 \omega_n^2} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_0^t e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_n^2 (t-\tau) \sin \frac{n\pi c\tau}{L} P(\tau) d\tau$$
 (4)

假设移动荷载 P(t)和弯矩 m(x, t)是时间步长 🗗 的函数, 方程(4)即可重写为如下紧凑形式:

$$B_{N\times N_*}P_{N_*\times 1} = R_{N\times 1} \tag{5}$$

这里,P是移动荷载 P(t)的时间系列向量,R是桥面测点 x 处的弯矩响应 m(x,t)的时间系列向量,B是桥梁系统矩阵。下标 N 和  $N_B$  分别对应移动荷载通过全桥时弯矩响应 R 和移动荷载 P 的采样总点数。方程组(5)可以通过直接求解( $N=N_B$ )或用最小二乘法求解( $N>N_B$ )得到力向量 P,即时域移动荷载 P(t)的时间历程。

### 2.2 频时域法(FTDM)

方程(1)亦可以在频域求解。对方程(1)和  $y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x)q_n(t)$  作傅立叶变换得到桥梁 在频域动力响应:

$$Y(x,\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L} \Phi_n(x) H_n(\omega) P(\omega)$$
 (6)

这里  $H_n(\omega)$  和  $P(\omega)$  分别是  $q_n(t)$  和 P(t) 的傅立叶变换, $\sigma_n(x)$  为第 n 阶模态振型。同样地,对弯矩和动力响应关系式  $m(x,t) = -EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$  进行傅立叶变换,即得到频域弯矩  $m(x,\omega)$ 

方程。与处理方程(4)相似,假设频域移动荷载  $P(\omega)$  和弯矩  $m(x,\omega)$  是频率步长  $\Delta\omega$  的函数,  $m(x,\omega)$  方程即可重写为类似于方程组(5)的紧凑形式,进而求得频域移动荷载  $P(\omega)$ 。再对  $P(\omega)$  进行傅立叶反变换即得到时域移动荷载 P(t) 的时间历程。由于上述过程是在频域进行的,而移动荷载是在时域求得的,故这种方法被称之为频时域法。

以上方法是针对单荷载过桥工况来推导的,对双轴荷载甚至多轴荷载情况,如常见的两轴、三轴或五轴汽车过桥情况,则按照线性叠加原理来处理。这时只要将方程组(5)作适当的修改即可同样求得各轴移动荷载 P(t)。

### 3 试验及设置

为了验证时域法和频时域法,除了进行数字仿真计算外<sup>[4,5]</sup>,这里还进行了细致的试验室模型研究。试验模型包括模型车和模型桥两部分,如图 2 所示。车轴距与桥跨距比率为0.15。模型车双轴四轮,轴距 0.55m,总重量 12.1kg,其后轮重 3.825kg。模型桥由前段、试验段和尾段梁组成。前段是为了使车子在上桥前能够达到某一车速,尾段用于车子下桥后减速直至停住。试验段梁两端简支,跨长 3.678m ,是矩形 $10\,\mathrm{lmm} \times 25\,\mathrm{mm}$  均匀截面低碳钢梁,比重 7335 kg/m³,抗弯刚度  $EI=29.97\,\mathrm{kN/m}^2$ 。有限元法计算结果表明其前三阶频率为:  $f_1=4.5\,\mathrm{Hz}$ ,  $f_2=18.6\,\mathrm{Hz}$  和  $f_3=40.5\,\mathrm{Hz}$  。

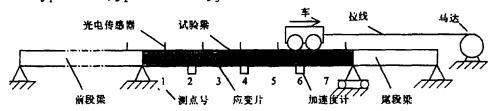


图 2 移动荷载识别试验模型及设置

试验时,模型车由前端的马达牵引前进,车速由马达的转速确定。为了精确确定车子过桥的速度并检验车速是否稳定,在桥边还等距离安装了七个光电传感器。车子过桥引起的桥梁响应由等距离安装在桥板下表面中心线上的七个应变片和三个加速度计来测量。试验时,桥梁所有测点的响应信号和光电传感器的脉冲信号被同时采集并记录,所用的数据采集和分析系统是美国 DATA TRANSLATION 公司的软件 GLOBAL LAB。响应数据采集后用 ASCII 格式输出以便于用时域法和频时域法识别车辆移动荷载。

# 4 参数研究

车辆和桥梁的许多参数对车辆移动荷载识别都有影响,这里每次隔离出一个参数来进行研究。为确定各参数对识别方法的影响程度,我们定义了相对百分误差(RPE)如下:

$$RPE = \frac{\sum |R_{measured} - R_{rebuilt}|}{\sum |R_{measured}|} \times 100\%$$
 (7)

式中 $R_{measured}$ 和 $R_{rebuil}$ 分别表示桥梁的真实测量响应和由识别荷载计算的重建响应。4.1 模态数(MN)的影响

这里取采样频率 250Hz、车速 15Unit(1.52322m/s)、七个测点和位置不变,而改变模态数从 MN=3 到 MN=10。表 1 和表 2 分别列出了对应时域法(TDM)和频时域法(FTDM)的相对百分误差值(RPE)。当所取模态数  $MN \le 3$  时,所有测点的 RPE 值无法接受,两种方法均告失败。但当取前 4 阶模态时,两方法均能成功识别出两轴移动车载。这说明 TDM 和 FTDM 需要最少的模态数。当这一模态数达到或超过时,两方法能以较高的精度有效识别出移动车载。对于 TDM,随着模态数的增加各测点的 RPE 值增加,方法精度减小,最好精度的工况是 MN=5。对于 FTDM ,结论正好相反,随着模态数的增加,方法的精度逐渐增加,但当 MN > 5 时, RPE 值变化很小,此时 FTDM 几乎与模态数无关。这说明对于 FTDM 取前 5 阶模态来识别两轴车载精度已足够,再取更多的模态已无实际意义。另外,还可以发现各工况下,两种方法的中间各测点的识别精度明显比两端测点的精度高,这主要与中间测点的信噪比高有关。为更进一步地比较两种方法的识别精度,取各测点 RPE 值较接近的工况 MN=5 ,绘出车子过桥全过程识别车载时程曲线如图 3 所示。可以发现,TDM 识别的前后轴车载结果好,而 FTDM 的结果含有较多的高频噪音。

测点号	MN=3	MN =4	MN =5	MN =6	MN =7	MN =8	MN =9	MN=10
1	305.7	5.80	5.42	8.09	14.27	14.27	14.28	21.24
2	199.1	3.32	3.08	3.78	6.45	6.45	6.48	13.83
3	103.4	1.89	1.80	2.57	6.89	6.89	6.88	10.11
4	113.1	2.86	2.58	2.43	3.95	3.95	3.96	5.01
5	101.4	1.98	1.95	2.75	6.58	6.58	6.56	10.01
6	192.1	3.77	3.44	4.66	5.38	5.38	5.39	13.11
7	282,4	5.75	4.83	7.12	10.96	10.96	10.94	19.37

表 1 模态数对时域法的影响(RPE 值)

事っ	模态数对频时域法的影响(RPE	合、
<del>70</del> /	- 4里 公文安Y X4 700 PM 198 7大 BM 多少相叫 K P L	18 )

测点号	MN=3	MN =4	MN = 5	<i>MN</i> =6	MN =7	<i>MN</i> =8	MN=9	MN=10
1	1602	13.58	5.74	4.91	4.79	4.73	4.59	5.05
2	1642	7.19	2.80	2.72	2.44	2.42	2.30	2.23
3	1665	5.69	2.15	1.89	1.54	1.53	1.50	1.52
4	1643	5.93	2.08	2.05	1.73	1.64	1.63	1.96
5	1623	5.55	2.14	1.73	1.39	1.35	1.30	1.34
6	1573	6.75	2.41	1.87	1.57	1.50	1.49	1.62
7	1475	12.91	4.74	3.45	3.07	3.02	3.20	4.24

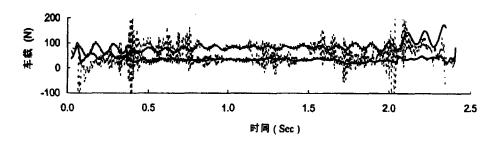


图 3 识别车载的比较(---: TDM; ....: FTDM)

#### 4.2 采样频率的影响

采样频率应取得足够高才能保证方程(4)的数值积分有较高的精度<sup>[4]</sup>。试验时所有工况的采样频率均为 1000Hz。为形成新的不同采样频率的数据,以 1000Hz 采样的数据系列又重新被间隔采样,如对 1000Hz 的数据系列间隔一点重采即形成 500Hz 的数据,间隔两点形成 333.333(写成 333)Hz ···,以此类推,分别形成 500Hz 、 333Hz 、 250Hz 和 200Hz 的新的不同采样频率的数据。图 4 为对应 200Hz 、 250Hz 和 333Hz 的 RPE 结果。这里各工况下 MN=5 、车速 15Unit 、 7 个测点和位置相同。三种采样频率下, TDM 均能以较高精度识别移动车载。且采样频率愈高,各测点 RPE 值愈低,识别精度愈高。这说明对 TDM 若采用较高的采样频率数据时,则识别精度较高。对于 FTDM,正好相反,它较适合较低的采样频率工况,且此时精度与此频率下 TDM 的精度相当。若采样频率太高,如 333Hz,则各测点 RPE 值均超过 100%(太大,未绘入图中),此时 FTDM 法失效,不能有效识别出移动车载。

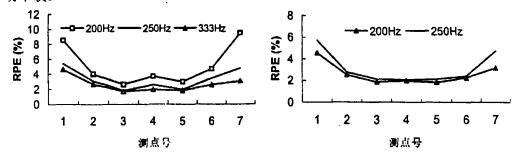


图 4 采样频率的影响(左: TDM; 右: FTDM)

#### 4.3 车速的影响

为了使 TDM 和 FTDM 有效运作,这里取 MN=4、 200Hz 、 7个测点和位置不变。试验时马达设定了三种转速,即 5 、 10 和 15Unit ,相应的车速由光电传感器间距和相应的时间间隔精确确定。若桥上车速稳定,则该组响应测量数据被接受,否则试验重做。每种车速下均采集了 5 组响应数据,如 10-4 即表示 10Unit 车速下采集的第 4 组响应数据。表 3 列出了三种车速下两种方法的 RPE 结果。三种车速下, TDM 均能以较高精度成功识别出移动车载,且随车速增加,识别精度有提高的趋势。而对 FTDM ,这是显而易见的,但在5 5 Unit 低速下,方法失败。在 10 Unit 下, FTDM 虽失效,但与 5 Unit 低速比较,已有很大改善。在 15 Unit 高速下, FTDM 则能以 TDM 相近的精度成功识别出两轴车辆移动荷载。

这表明 TDM,特别是 FTDM 较适合于车辆高速通过桥梁时移动车载的识别。图 5 是 15 Unit 下,第 4 测点实测弯矩响应和重建弯矩响应时程比较。除了在 1.1-1.4 秒间有较明显的误差外,其它时段的弯矩响应都吻合得非常好。

		时域法(TDM)	<u> </u>		频时域法(FID	M)
测点号	5-2	10-4	15-2	5-2	10-4	15-2
1	5.23	5.89	6.71	5351	110.0	5.94
2	3.48	2.66	3.30	2807	50.02	3.29
3	2.88	2.95	2.42	2252	25.87	2.05
4	3.31	3.20	3.01	1940	48.23	2.66
5	2.80	2.76	2.58	2172	24.75	2.01
6	4.22	3.91	3.96	2732	47.60	3.57
7	5.78	7.38	6.29	5174	101.7	5.89

表 3 车速对时域法和频时域法的影响(RPE 值)

表 4 测点对时域法和频时域法的影响(RPE 值)

	<u></u>	时	域法(TD	M)			频	时域法(FI	DM)	
测点号	NL=2	<i>NL</i> =3	NL=4	NL=5	NL=7	NL=2	<i>NL</i> =3	<i>NL</i> =4	NL=5	NL=7
1	*	*	*	*	5.42	*	*	*	*	5.74
_2	*	*	1.48	2.17	3.08	*	*	2.90	34.63	2.80
3	1815	15.76	1.44	1.80	1.80	1160	70.15	2.09	17.25	2.15
4	*	13.39	*	2.67	2.58	*	77.27	*	34.68	2.08
5	1788	8.33	1.85	1.94	1.95	1138	73.90	2.11	16.65	2.14
6	*	*	1.56	1.98	3.44	*	*	2.74	32.87	2.41
7	*	*	*	*	4.83	*	*	*	*	4.74

表中\*表示该测点没有选

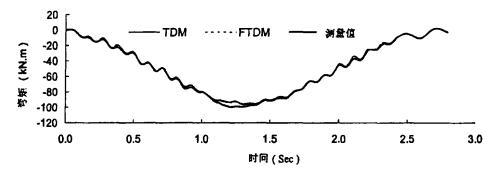


图 5 测点 4 弯矩响应的比较

### 4.4 测点位置和测点数(NL)的影响

以上各工况都是针对 7 个响应测点工况,本节设定 MN=5 , 250Hz 和 15Unit 不变,而改变测点数和位置。表 4 列出了 RPE 结果。当所取的测点数太少时(NL=2),两方法均不能识别出两轴移动车载。对 TDM,为了有效识别两轴移动车载,测点至少需要 3 个、最好 4 个以上。对 FTDM 则至少需要再多一个,即 4 个测点,然而当取跨中全部 5 个测点时,FTDM 精度明显变差,识别结果不能接受。这主要是因为增加的第 5 个测点在跨中位置,它正好是简支梁的第 2 和第 4 阶模态的节点位置。若再加上两个端点,即第 1 和第 7 点,则识别精度又回到可以接受的精度范围(RPE≤10%)。这表明 FTDM 对测点位置比较敏感,试验时选点必须仔细。但一般来讲,对 TDM 和 FTDM,还是测点愈多,精度愈高。不过,测点增多会使方程(5)中系统矩阵 B 增大,这就增加了两方法识别车载的运行时间。

#### 4.5 运行时间的比较

TDM 和 FTDM 都包括三个阶段,即形成方程(5)中的系统矩阵 B ,识别移动车载和重建响应。对于 PentiumII , 266MHzCPU 和 64M 内存的计算机,在 250Hz 、 15Unit 、 MN=5 和 7 测点工况下,每个测点弯矩响应在时域采样总点数为 700 ,每个轴移动荷载采样总点数为 604 ,这样系统矩阵 B 的大小为 (7×700, 2×604),其各部分运行所耗时间如表 5 所示。可以看出两种方法在识别车载和重建响应两阶段所耗时间相当,仅在形成系统矩阵 B 时,FTDM 所耗时间约为 TDM 的 3 倍多,这样 FTDM 在总的时间上比 TDM 费时。

步骤		频时域法
形成系统矩阵	332.69	1059.57
识别车载	1837.97	1834.07
重建弯矩响应	55.04	53.99
总计时间	2225.7	2947.63

表 5 运行时间的比较(单位: 秒)

# 5 结论

车辆和桥梁参数对时域法和频时域法都有很大影响。以上研究表明: 1) 若仔细选取各参数,时域法和频时域法都能以较高的精度有效识别出两轴移动车载。 2) 对于两轴移动车载,两种方法至少需要取桥梁的前 4 阶模态参与计算,若取前 5 阶模态则识别精度最高。 3) 对较高采样频率的响应数据,时域法识别精度较高,而频时域法则告失败。频时域法较适合于低采样频率的响应测量数据,且精度与此采样频率下时域法的精度相当。 4)车辆以较高车速通过桥梁时对两种方法识别移动车载均有利。但频时域法仅适合于较高车速工况,对低速工况,该方法失败。 5) 两方法最少需要 3 个,最好 4 个测点来测量桥梁的弯矩响应,测点位置的选取要仔细,特别是对频时域法。 6) 时域法比频时域法省时。7) 综合看来,时域法比频时域法优越,所受的局限较少,桥面移动车载识别现场试验时建议首选时域法。

### 参考文献:

- L Fryba. Vibration of Solids and Structure under Moving Loads[M]. Noordhoff International Publishing, Prague, 1972
- [2] F Moses. Weigh-In-Motion System using Instrumented Bridge[J]. Journal of Transportation Engineering ASCE, 1984, 105(TE3): 233-249.
- [3] K K Stevens. Force Identification Problems-An Overview[C]. Proceeding of SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, 1987, 838-844.
- [4] S S Law, T H T Chan, Q H Zeng. Moving force identification: A time domain method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 201(1): 1-22.
- [5] S S Law, T H T Chan, Q H Zeng. Moving force identification-A frequency and time domains analysis[J].
  Journal of Dynamic System, Measurement and Control, 1999, 121: 394-401.
- [6] T H T Chan, Ling Yu, S S Law. Comparative studies on moving force identification from bridge strains in laboratory[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000,235(1): 87-104.

# IDENTIFICATION OF MOVING VEHICLE LOADS ON BRIDGES USING TIME DOMAIN METHOD AND FREQUENCY-TIME DOMAIN METHOD

LING Yu, T. H. T. CHAN, S. S. LAW

(The Hong Kong Polytechnic University)

Abstract: Based on the Euler-Beam theory, the moving vehicle loads on bridges were identified from the response of bridges using the Time Domain Method (TDM) and Frequency-Time Domain Method (FTDM). This paper aims to investigate the effect of various parameters on the two methods. These parameters include mode number, sampling frequency, vehicle speed, locations and numbers of measured stations. Assessment results show that the vehicle-bridge model in laboratory is successful. Both methods are effective and acceptable with higher accuracy, and the TDM is the preferred in-situ method with good feasibility and robustness.

**Key words:** bridge; vehicle; bridge-vehicle interaction; moving force identification; time domain method; frequency-time domain method