

# 摩擦型单桩承载性能设计理论研究\*

李素华<sup>1,2</sup> 周健<sup>1</sup> 殷建华<sup>3</sup> 杨位光<sup>4</sup>

(<sup>1</sup>同济大学地下建筑与工程系 上海 200092)(<sup>2</sup>广东省建设工程质量监督检测总站 广州 510500)

(<sup>3</sup>香港理工大学土木建筑系 香港)(<sup>4</sup>华南理工大学土木工程系 广州 510640)

**摘要** 进一步分析了摩擦型单桩承载性能，建立了复杂介质中摩擦型单桩的地基-桩-土体系模型，将线性变形层模型和非线性传递函数模型相结合，以改进的适合于分层介质内的Mindlin解答为基础，给出了按摩擦型单桩承载机理分析计算的“广义弹性理论法”：同时，利用等效模量的概念解决了Mindlin解中土体位移为负值的现象，为桩基础设计计算提供了有力的理论依据。编制的计算程序，不仅可用于计算单桩竖向加载时的沉降值，而且可根据静载试验实测的荷载-沉降数据反演分析桩侧和桩端土的岩土力学参数值，可用于指导设计和施工，以弥补静载试验抽样率低的缺陷。对工程实例进行计算分析，结果显示，该种理论方法对于摩擦型单桩的计算具有较高的精度和实用性。

**关键词** 土力学，摩擦型单桩，承载机理，广义弹性理论法，线性变形层模型

**分类号** TU 472   **文献标识码** A   **文章编号** 1000-6915(2004)06-2659-06

## STUDY ON BEARING PERFORMANCE OF FRICTION PILE FOUNDATION IN COMPLICATED SOIL-LAYERS

Li Suhua<sup>1,2</sup>, Zhou Jian<sup>1</sup>, Yin Jianhua<sup>3</sup>, Yang Weiguang<sup>4</sup>

(<sup>1</sup>Department of Underground Structural Engineering, Tongji University, Shanghai 200092 China)

(<sup>2</sup>Guangdong Provincial General Station for Supervision and Test of Quality and Safety of Construction Engineering, Guangzhou 510500 China)

(<sup>3</sup>Department of Civil and Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

(<sup>4</sup>Department of Civil Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640 China)

**Abstract** Interaction mechanism of piles and soil for friction piles is studied in this paper. A new pile-soil system model, which considers the complexity of surrounding soil and the bearing strata, is established. An improved Mindlin integrate equation, which combines the nonlinear transfer function model and the linear deformation layer model, is put forward. Based on it, a method for design and calculation of the bearing capacity of friction pile foundation and with the relative movement between pile and adjectice soil taken into account is set up. Equivalent module is defined to solve the problem of negative settlement in the ground. Load-settlement curves given by this method and calculation results are compared with that of field measurements. It is demonstrated that the new theory produces agreement with the measurement information. The optimization and back analysis method is used to analyze the geotechnical parameters of pile-soil system on the basis of field measured load-settlement curves.

2003年5月22日收到初稿,2003年7月5日收到修改稿。

\*上海市重点学科建设项目资助。

作者 李素华,简介:女,38岁,1986年毕业于中国科技大学近代力学系,现为博士研究生、教授级高工,主要从事建筑结构、地基基础检测、科研开发、管理等方面的研究工作。E-mail:suhuaL@163.com。

This parameters given by the analysis can be used to direct the design of piles foundation in the same type of soil-layers. This method can be used in the situations where ultimate bearing capacity can not be given by load test or the load test can not be carried out.

**Key words** soil mechanics, friction pile, bearing performance, generalized elastic theory method, linear deformation layer model

## 1 引言

桩基设计的核心问题，概括地说，不外是沉降和承载力两个方面。以往，在设计人员的概念中，似乎桩侧摩阻力只是一个固定不变的值，而且往往估计过小。事实上桩侧摩阻力值是随着桩顶荷载及深度等各种因素而变的，而且深度效应较为明显。对于摩擦型单桩，其承载力主要由桩侧摩阻力承担。所以，正确分析和计算桩侧摩阻力的作用至关重要。

目前，用于检验和确定桩基础承载能力的静载试验方法，具有直观、准确的优点。但是由于该种方法抽样率低(要求选总桩数的 1%且不低于 3 根)，作为评价整体工程的依据，难免会出现以偏概全的局限；而且对于工程桩，静载试验难以做到极限状态，这对了解和确定单桩的承载性能带来不便，尤其是对于大直径灌注桩，静荷载试验难以实施，为工程桩的验收带来一定的难度。所以，有必要研究并探索一种用于计算桩基荷载性能的理论计算方法，用于模拟计算桩基的荷载-沉降关系，通过静载试验进行验证；同时，根据静载试验所得的荷载-沉降关系曲线，利用正反分析优化方法，反演分析桩土体系参数，用于指导同类型基础的设计计算，都具有重要的意义。

为了正确地理解桩的工作性能，阐明单桩承载力的组成部分之间的相互关系，就必须对单桩在轴向荷载作用下，沿桩身产生的桩侧摩阻力随着桩土之间的剪切变形、以及桩端阻力随着桩端位移不断变化的过程——单桩的竖向荷载传递机理进行分析探讨，建立一套更适用、完善的地基-桩-土体系模型，寻找一种新的分析方法，对摩擦型单桩承载性能进行分析计算。

目前，多采用传递函数法<sup>[1, 2]</sup>计算单桩承载性能，以弹簧模型(假设桩上各点位移只取决于该点的阻力而与其他点无关)为依据，不考虑土体连续性。但将其反分析所得参数应用于条件不同的单桩时，

未必都有效。另一种计算方法是常用于计算桩基沉降的“弹性理论法”，以作用于各向同性均匀弹性半空间体内某点的一集中力而产生的 Mindlin 解为基础<sup>[3~7]</sup>，按桩-土位移协调条件建立方程。事实上，天然地基并非均匀的弹性体，其结构往往呈层状构造，因此，采用 Mindlin 解来求解实际桩基础的应力与变形问题可能会产生较大的误差。文[8, 9]考虑了土的成层性，给出了分层土中的广义 Mindlin 解，但在假设上作了较多简化，仍然没有考虑桩-土滑移的影响。本文作了如下改进：考虑桩-土相对滑移的影响，在桩侧和桩周附加非线性弹簧模型，利用传递函数法模拟侧阻和端阻与桩-土相对滑移量的关系；利用“线性变形层模型”计算成层地基中桩侧及桩端阻力引起空间某点  $i$  处的土位移  $\delta_s$ ，克服了以往所假设地基为具有  $i$  点处土变形模量  $E_i$  和泊松比  $\nu_i$  均质弹性半空间而带来的不足；利用“有限杆单元法(直接刚度法)”和虚功原理求得与桩杆单元上分布侧阻等效的结点荷载(一般对桩采用有限杆单元时，只简单地取桩段集中侧阻作为结点荷载)，这样不但可以求解非均质土中分段长度不等的桩，而且提高了计算结果的精度。

该种方法理论适用于复杂介质中单桩承载机理的分析计算，将广义弹性理论法、传递函数法和线性变形层模型和优化反分析理论<sup>[10, 11]</sup>相结合，不仅可用于计算多层介质中的摩擦型单桩的承载性能，而且可根据静载试验所得的荷载-沉降曲线，模拟计算桩周和桩端土的力学参数值，为桩基础设计计算提供非常有价值的理论依据。

## 2 理论模型及公式简介

### 2.1 地基模型的建立及土位移方程

如图 1 所示的线性变形层地基某分层  $i$  的土变形模量为  $E_i$ ，泊松比为  $\nu_i$ ，桩端( $i = n + 1$ )以下至刚性层顶的参数为  $E_b$ ， $\nu_b$ ，桩身穿越层平均模量为  $E_m$ ，对于成层土，假定：

$$E_m = (E_1 L_1 + E_2 L_2 + \dots + E_n L_n) / L_0$$

对于摩擦型单桩，桩端持力层土模量  $E_b$  与桩身穿越层平均模量  $E_m$  之比小于给定值  $R_E$ ， $R_E$  可根据试算确定。此时，地基以线性变形层模拟，桩-土界面(包括桩端)以非线性弹簧模拟。

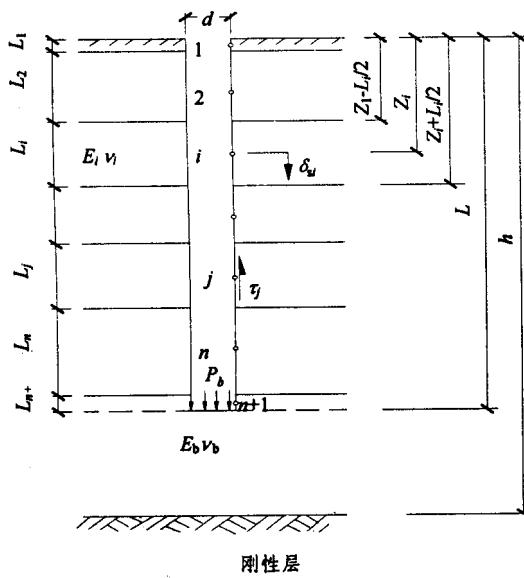


图 1 地基线性变形层模型

Fig.1 Linear deformation layer model of groundwork

显然，结点土位移( $\delta_u$ )应为其下各土层的压缩量( $\Delta S_j$ )之和，即

$$\delta_u = \frac{\Delta S_i}{2} + \sum_{j=i+1}^{n+1} \Delta S_j \quad (1)$$

一般单桩在静荷载条件下桩周来不及排水固结，因此对粘性土， $E$  取不排水模量， $v$  按理论可取 0.5；考虑桩在长期荷载作用下充分排水固结时， $E$  取压缩模量  $E_s$ ， $v$  取 0.2~0.3。某土层  $i$  的压缩量  $\Delta S_i$  为该层顶面位移  $S_i^t$  与底面位移  $S_i^b$  之差，即

$$\Delta S_i = S_i^t - S_i^b \quad (2)$$

其中，

$$\left. \begin{aligned} S_i^t &= \frac{d}{E_i} \sum_{j=1}^{n+1} I_{ij}^t \tau_j \\ S_i^b &= \frac{d}{E_i} \sum_{j=1}^{n+1} I_{ij}^b \tau_j \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中： $I_{ij}^t$  和  $I_{ij}^b$  分别为土层顶面和底面的位移影响因数，它们是由分层  $j$  中桩侧环形面积( $U_{lj}$ )， $j = n+1$

时为桩端圆形面积  $A_b$  上的均布侧阻单位值( $\tau_j = 1$ ， $j = n+1$  为桩阻单位值  $P_b = 1$ )分别在  $i$  层顶面和底面处( $i = n+1$  时为桩端和刚性层面处)引起的竖向位移值的  $E_i/d$  倍，以作用于均质弹性半空间内竖向位移的 Mindlin 方程的积分求得。

根据式(1)和(2)，可写出沿桩身(包括桩端)所有  $n+1$  个结点的土位移方程为

$$\{\delta_u\} = \frac{1}{2} [D] [I_s] \{\tau\} \quad (4)$$

其中，

$$[D] = d \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 1 & 2 & \cdots & 2 \\ \vdots & \ddots & \cdots & 2 \\ & & 1 & 2 \\ & & & 2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[I_s] = \begin{bmatrix} \frac{I_{11}}{E_1} & \frac{I_{12}}{E_{s2}} & \frac{I_{13}}{E_{s3}} & \cdots & \frac{I_{1b}}{E_{sb}} \\ \frac{I_{21}}{E_2} & \frac{I_{22}}{E_2} & \frac{I_{23}}{E_{s3}} & \cdots & \frac{I_{2b}}{E_{sb}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{I_{n1}}{E_n} & \frac{I_{n2}}{E_n} & \frac{I_{n3}}{E_n} & \cdots & \frac{I_{nb}}{E_n} \\ \frac{I_{b1}}{E_b} & \frac{I_{b2}}{E_b} & \frac{I_{b3}}{E_b} & \cdots & \frac{I_{bb}}{E_b} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中： $I_{ij} = I_{ij}^t - I_{ij}^b$ 。

## 2.2 等效模量

为解决  $\delta_u$  为负值的问题，引入等效模量  $E_{sj}$ ，取

$$E_{sj} = \frac{\sum_{k=j}^{n+1} I_{kj}}{\sum_{k=j}^{n+1} E_k} \quad (j = 1, 2, \dots, n+1; k = j, j+1, \dots, n+1) \quad (7)$$

式中： $E_i$  为第  $i$  分层土的模量。

计算  $\delta_u$  时， $j$  以下各土层的模量按原模量计算， $j$  以上各土层利用等效模量  $E_{sj}$  计算。

## 2.3 位移影响因数 $I_{ij}$ 和 $I_{bj}$ 的计算

图 2 中，设相当于第  $j$  层土的桩侧环形面积  $U_{lj}$  ( $U_{lj} = \pi d l_j$ ) 中微面积  $dA = dsdc$  上的微竖向力为  $dP_j = \frac{d}{2} d\theta dc \tau_j$ 。故由面积  $U_{lj}$  上摩阻力  $d\tau_j$  引起半空间中任意点  $i$  的土位移  $\delta_u$  为

$$\delta_s = \iint_{U_j} \frac{dP_j}{E} I_p \quad (8)$$

式中:  $I_p$  为作用于弹性半空间内部  $j(0, 0, +c)$  点的竖向集中力  $P$  引起其中某点  $i(x, y, z)$  的竖向位移影响因数, 且

$$I_p = \frac{1+\nu}{8\pi(1-\nu)} \left[ \frac{3-4\nu}{R_1} + \frac{8(1-\nu)^2 - (3-4\nu)}{R_2} + \frac{(z-c)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{R_2^3} \right]$$

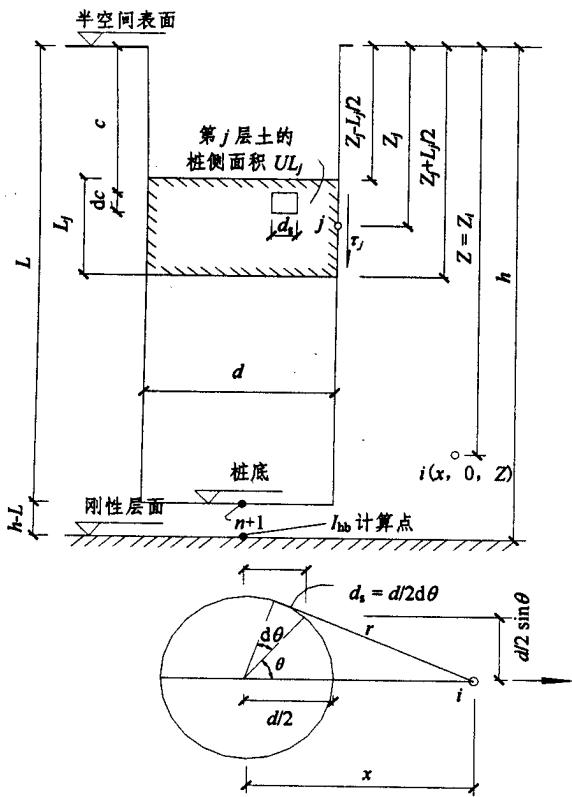


图 2 桩侧微单元侧阻 Mindlin 积分示意图

Fig.2 Mindlin integral schematic of micro-element friction around a pile

将  $dP_j = \frac{d}{2} d\theta d\tau_j$  代入式(8), 得

$$\delta_s = 2 \int_0^\pi \int_{z_j-l_j/2}^{z_j+l_j/2} \frac{d}{E} d\tau_j I_p \quad (9)$$

$$\frac{d}{E} \left[ \int_0^\pi \left( \int_{z_j-l_j/2}^{z_j+l_j/2} I_p dc \right) d\theta \right] \tau_j = \frac{d}{E} I_y \tau_j$$

其中,

$$I_y = \int_0^\pi \int_{z_j-l_j/2}^{z_j+l_j/2} I_p dc d\theta \quad (9)$$

对计算由第  $j$  分层的桩侧摩阻力  $\tau_j$  引起桩底 ( $Z = Z_1 - L$ ,  $i = n+1$ ) 中心点 ( $x = 0$ ) 的位移时, 由于轴对称, 位移影响因数为

$$I_{bj} = \pi \int_{z_j-l_j/2}^{z_j+l_j/2} I_p dc \quad (10)$$

对式(9)和(10)进行积分, 即可得到影响因数  $I_{ij}$  和  $I_{bj}$ 。

## 2.4 桩-土位移方程

考虑到成层地基常常不是分段长度的整倍数, 本文采用有限单元法(直接刚度法), 并以虚功原理求得桩杆单元上分布的等效结点荷载。

由单元刚度方程、等效结点荷载等, 可导出单桩位移方程为

$$2 \frac{E_p R_A}{L/d} [K] \{\delta_p\} = [T] \{\tau\} - \{Q_0\} \quad (11)$$

式中: 各参数的物理意义参见文[12]。

假设桩-土相对滑移为

$$\{\delta\} = [\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \dots \ \delta_n \ \delta_b]^T$$

桩侧及桩端的桩-土界面结点列出位移方程为

$$\{\delta\} = \{\delta_p\} - \{\delta_s\} \quad (12)$$

将式(3), (12)代入式(11)可得

$$\left( [T] - \frac{E_p R_A}{L/d} [K][D][I_s] \right) \{\tau\} = 2 \frac{E_p R_A}{L/d} [K] \{\delta\} + \{Q_0\} \quad (13)$$

## 2.5 桩侧和桩端非线性弹簧模型

以设置于各土层中点以及桩端处的非线性弹簧来模拟桩侧及桩端土对桩的作用。如图 3, 假设桩侧土阻力与桩-土滑移的关系为非线性弹簧模型, 即

$$\tau = \tau_u \left[ 2 \left( \frac{\delta}{\delta_u} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\delta}{\delta_u} \right] \quad (\delta \leq \delta_u) \quad (14)$$

$$P_b = P_{bu} \left( \frac{\delta_{Pb}}{\delta_{Pbu}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\delta_{Pb} \leq \delta_{Pbu}) \quad (15)$$

利用优化反分析方法, 通过实测  $P-S$  曲线数据可反演分析桩周各土层的侧阻力  $\tau_j$  及桩端支承力  $P_b$ 。

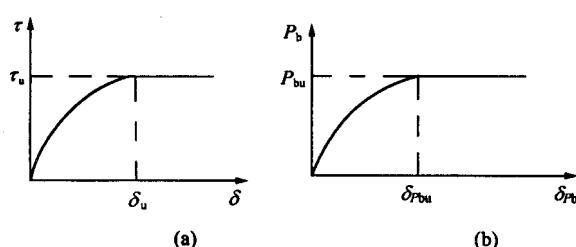


图3 桩侧和桩端土阻力模型示意图  
Fig.3 Friction models of soil around and beside piles

### 3 计算实例

利用基于本文所介绍的理论方法所编制的计算程序, 对工程实例进行了正反分析计算, 并与静载试验结果进行对比验证, 得出了令人满意的结果。

下面简单介绍某工程单桩的计算实例。

某工程商住楼, 桩基础采用  $\phi 500$  预应力管桩, 由地质钻探资料知, 该桩基工程为摩擦型单桩, 单桩承载力设计值为 2 200 kN。为便于计算比较, 对该工程进行过静载试验的 3 根桩(桩号分别为 39#, 139#, 149#)进行计算分析。该 3 根桩的入土桩长分别为 20.2, 27.5 和 24.1 m, 静载试验的最大试验荷载为 3 630 kN。

**计算分析:** 根据 3 根桩的钻孔柱状图, 按土的分层情况划分桩单元, 为保证计算精度, 每一层介质根据厚度情况划分为 1~3 个单元, 每一分层中桩侧摩阻力分布可按 3 种情况考虑: 线性分布、梯形分布和抛物线型分布。本例将其考虑为梯形分布。

考虑到同一个工程中, 3 根桩的钻孔柱状图类似, 为了使计算时所用桩土体系参数更接近实际状态, 保证计算结果的准确性, 首先对其中的 139#桩进行优化反分析试算, 即利用静载试验所得的桩顶荷载-沉降关系, 反演分析桩身、桩周和桩端土体的力学参数, 得到 1 组较为接近实际的桩土体系参数。将所得的参数用于同一工程中的 39#和 149#桩的承载性能的计算。2 根桩的计算极限荷载分别为 3 800 和 4 000 kN。图 7(a), (b) 分别为 39#桩和 149#桩的计算值和实测值对比曲线。

**计算结果讨论:** 由于该工程 3 根桩穿越层的地质条件相似, 对其中的 139#桩的静载试验实测荷载-沉降曲线利用本文介绍的广义弹性理论法进行反演

分析得出桩土体系参数, 用于其他 2 根桩的荷载-沉降曲线的计算分析, 所得结果显示后 2 根桩的理论计算值与静载试验实测值较为吻合, 拟合结果如图 4(a), (b) 所示。可见, 通过反分析计算出的这组参数值是合理、可逆的。

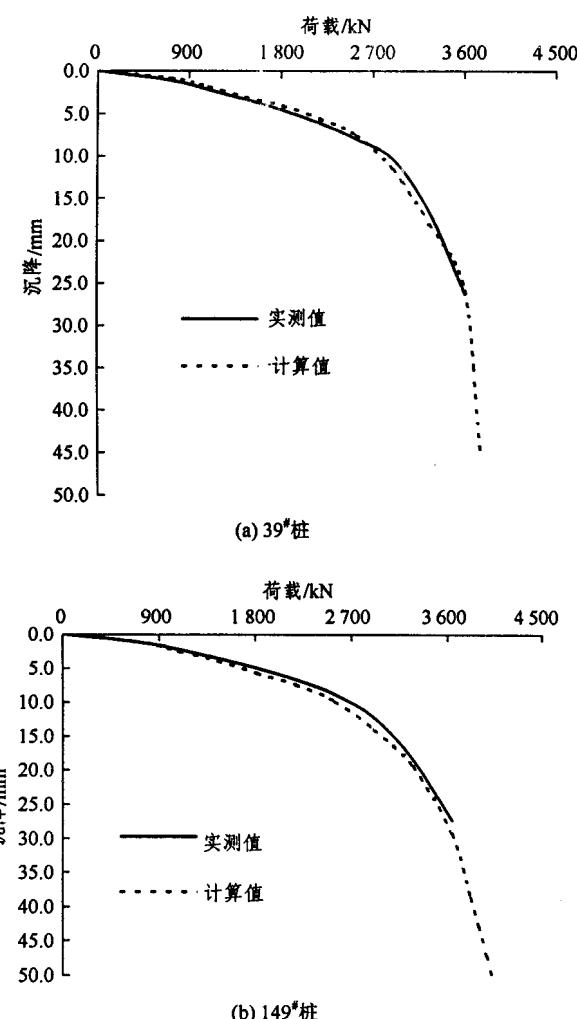


图4 39#和 149#桩的计算值与实测值对比曲线  
Fig.4 Comparison between calculation and measurement results of pile 39 and 149

为进一步验证本理论方法的适用性和可行性, 进行了很多类似工程实例的计算验证, 结果发现, 计算所得的荷载-沉降关系与静载试验实测的荷载-沉降关系曲线都较为接近。大量的工程实例表明: 利用该方法编制的计算程序在工程应用中是合理的, 计算结果不仅具有较高的精度, 而且具有较强的适用性、可比性, 正反分析结果具有可逆性。

同时, 利用优化反分析方法反演分析桩土体系参数, 对各种土层的反分析参数值进行统计分析, 可反过来用于指导同类型地质条件工程桩的计算分

析。

## 4 结 论

本文进一步分析探讨了摩擦型单桩的受力性状, 建立了复杂介质中摩擦型单桩的地基-桩-土体系模型, 利用成层地基的特点, 采用“线性变形层”的地基模型, 对 Mindlin 解进行了改进, 与传递函数法相结合, 得到了适合于复杂介质中摩擦型桩承载机理计算的“广义弹性理论法”及复杂介质中轴向荷载作用下的 Mindlin 解, 为桩基础设计计算提供了理论依据。利用所编制的计算程序对摩擦型单桩进行计算分析, 并将所得桩顶荷载-沉降关系与静载试验结果进行对比分析, 同时利用优化反分析方法对静载试验的结果进行分析拟合, 对比验证, 可得出一套较为实用的桩侧和桩周土力学参数, 用于指导设计和施工。另外, 该计算程序还可用于弥补静载试验抽样率低、多数工程桩无法做到极限荷载或因各种条件所限, 工程桩无法进行静载试验时桩基荷载沉降关系的计算。

**致谢** 感谢广东省建筑科学研究院副院长徐天平教授和华南理工大学杨小平副教授为本文的计算研究所做的工作。

## 参 考 文 献

- 1 Coyle H M, Reese L C. Load transfer for axially loaded piles in clay[J]. J. S. M. F. D., ASCE, 1966, 92(2): 1~261
- 2 杨从军, 单华刚. 摩擦桩沉降变形规律及承载力确定的探讨[J]. 岩土力学, 2000, 21(2): 167~172
- 3 Mindlin R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid[J]. Physics, 1936, 7(2): 1~26
- 4 Poulos H D, Davis E H. Pile Foundation Analysis and Design[M]. New York: John Wiley, 1980
- 5 宫全美, 王勇, 赵智. 基于 Mindlin 位移解的群桩沉降计算[J]. 上海铁道大学学报, 2000, 21(4): 12~16
- 6 王士杰, 张梅, 张吉占. 对 Mindlin 解求地基附加应力的进一步探讨[J]. 四川建筑科学研究, 2000, 26(1): 51~54
- 7 金波, 唐锦春, 孙炳楠. 层状地基轴对称问题的 Mindlin 解[J]. 计算结构力学及其应用, 1996, 13(4): 187~192
- 8 艾志勇, 杨敏. 广义 Mindlin 解在多层地基单桩分析中的应用[J]. 土木工程学报, 2001, 34(2): 89~95
- 9 艾志勇, 杨敏. 多层地基内部作用水平力时的扩展 Mindlin 解[J]. 同济大学学报, 2000, 28(3): 272~276
- 10 李素华, 徐天平. 优化反分析方法在桩基工程中的应用[J]. 土木工程学报, 1993, 26(1): 12~19
- 11 李素华, 杨位光. 预制桩竖向承载性能设计理论研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(2): 256~261
- 12 李素华, 周健, 杨位光等. 复杂地基中桩基承载机理计算研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(9): 1571~1577

## 新书简介

《工程测试与信息处理》一书由孔德仁、朱蕴璞、狄长安编著, 国防工业出版社 2003 年出版, 大 16 开本, 361 页, 定价 32 元。

该书详细介绍了工程测量的基础知识、工程信号的可测性分析方法、测试系统的基本特性、工程测试中常用传感器技术、常用信号调理及记录仪器等。

《土建结构工程的安全性与耐久性》一书由陈肇元主编, 中国建筑工业出版社 2003 年出版, 大 16 开本, 197 页, 定价 21 元。

该书汇集土建结构工程的安全性与耐久性方面的论文 33 篇, 这些论文对我国土建工程安全性与耐久性的现实作了比较全面的介绍。

《监理工程师执业指南》一书由肖维品、陈涣状主编, 科学出版社 2003 年出版, 16 开本, 634 页, 定价 58 元。

该书分为 4 篇 25 章。第 1 篇: 工程建设监理的基本理论及相关法规; 第 2 篇: 建设工程合同管理; 第 3 篇: 工程项目建设监理目标控制等。