

织物的弯曲性能

石风俊¹, 胡金莲²

(1. 中原工学院, 河南 郑州 450003; 2. 香港理工大学, 香港)

摘要 用线性粘弹理论对织物在小弯曲变形情况下的弯曲性能作了分析。假定织物的弯曲行为是粘弹性的, 具有内摩擦约束, 内摩擦弯矩与弯曲曲率成正比。织物流变模型由标准线性固体模型和一个摩擦元件并联组成。通过分析曲率周期性变化时的弯曲行为, 建立了弯曲性能与模型参数之间的关系。利用实验所得到的模型参数对表征织物弯曲性能的指标进行计算, 理论计算与实验结果相符。

关键词 弯曲刚度; 滞后弯矩; 线性粘弹性; 机织物

中图分类号: TS 101.4 文献标识码: A 文章编号: 0253-9721(2005)03-0015-04

Bending behavior of woven fabrics

SHI Feng-jun¹, HU Jin-lian²

(1. Zhongyuan Institute of Technology, Zhengzhou, Henan 450003, China;

2. The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

Abstract The bending behavior of woven fabrics under low curvature conditions was analyzed. The fabric was assumed to behave viscoelastically and to be subjected to frictional restraints in bending deformation. The frictional restraint was considered to be proportional to the curvature. A model had been constructed by a standard linear solid element and a paralleled frictional sliding element. The equations of the model for a cyclic curvature variation were derived. A set of parameters of the equations for each fabric had been obtained experimentally. Predictions of the bending rigidity and hysteresis for the fabrics were calculated and the theoretical calculations agree well with the experimental observations.

Key words bending rigidity; bending hysteresis; linear viscoelasticity; woven fabrics

织物的弯曲性能对其尺寸稳定性、褶裥耐久性、折皱回复性及服装成形性等具有很大影响^[1]。织物的弯曲性能与纤维的弯曲性能、纱线和织物的结构以及后整理等因素有关, 它们之间的关系非常复杂。研究织物弯曲性能所采用的方法分别为解析方法^[2~4]、数值方法^[5,6]、流变学的方法^[7~9]等。Ghosh等人^[10]曾对织物的弯曲性能进行了综述。

织物发生弯曲变形时, 由于纤维的粘弹性和纱线内纤维的重新分布, 所有织物均表现出不同程度的粘弹性和纤维间内摩擦性。为此, 本文利用由标准线性固体模型和滑块并联组成的模型, 对织物弯曲性能进行了分析和计算。

1 理论

织物的弯曲性能可以用简单的多元件或一般化的粘弹模型来研究。为简化计算, 假设纤维是线性粘弹性的, 其弯曲性能可用标准固体模型来描述。把织物看成具有内摩擦约束的粘弹性片状材料, 那

么, 织物的弯曲性能可用一个三元件标准线性固体模型和一个摩擦元件并联组成的模型来表征, 如图1表示。模型弯矩为

$$M(k) = M_v(k) + k / |k| \times M_f \quad (1)$$

式中, $M(k)$ 是单位宽度的弯矩 ($\text{cN} \cdot \text{cm} / \text{cm}$); k 是织物的曲率 (cm^{-1}); M_f 是摩擦约束力偶 ($\text{cN} \cdot \text{cm} / \text{cm}$); 系数 $k / |k|$ 是曲率变化的符号。

在织物弯曲过程中, 摩擦约束力偶抑制纤维的自由运动。在早期文章中, 多是假设摩擦约束力偶为一个常数 M_0 。实际上, 其大小是随着织物曲率的变化而变化的^[1]。实测发现, 弯曲滞后曲线在力矩轴上的截距小于滞后弯矩 $2HB$, 这是由于在弯曲曲率小时摩擦约束力偶也较小的缘故。因此, 假设摩擦约束力偶与织物的弯曲曲率成正比, 如图2所示。

若把织物以一定的曲率变化速率 ρ 弯曲, 三元件粘弹单元的弯矩为

$$M_v(t) = at + b(1 - e^{-t/T}) \quad (2)$$

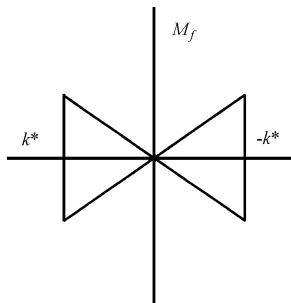
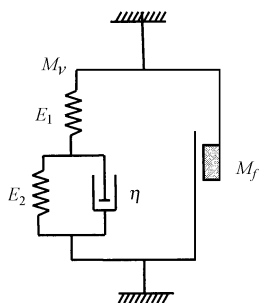


图1 标准线性固体模型和滑块并联组成的织物弯曲模型

图2 理想的摩擦弯矩-曲率的关系

式中,

$$a = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \rho; \quad b = \frac{E_1^2}{(E_1 + E_2)^2} \rho \eta; \quad T = \eta / (E_1 + E_2)$$

而 E_1 、 E_2 是弹簧的弹性模量; η 是粘壶的粘滞系数。

当织物在曲率 k^* 、 $-k^*$ 之间周期弯曲时, 典型的滞后曲线如图 3 所示。

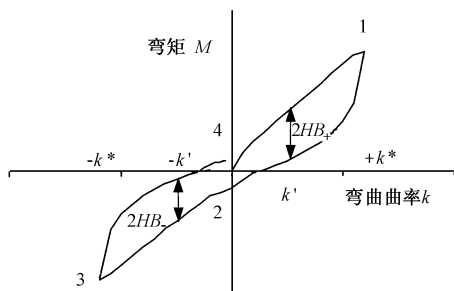


图3 织物弯曲的理想化滞后曲线

当织物的曲率变化率正、负交替变化时, 弯曲曲线被分为几个区域。织物的粘弹弯矩可用式(2)来计算。根据 Boltzman 叠加原理, 织物的粘弹性弯矩是各阶段曲率变化所产生的弯矩的简单加和, 从而可以计算出图 3 中 1、2、3、4 各点的粘弹弯矩。如果织物的弯曲曲率变化率为 ρ , 极限弯曲曲率为 k^* , $k = \rho t$, $t^* = k^* / \rho$, 在时间 t^* 、 $2t^*$ 、 $3t^*$ 、 $4t^*$ 时的粘弹弯矩分别为

$$\left. \begin{aligned} M_{v1} &= M_v(t^*) = at^* + b(1 - \gamma) \\ t &= t^* \\ M_{v2} &= M_v(2t^*) - 2M_v(t^*) = -b(1 - \gamma)^2 \\ t &= 2t^* \\ M_{v3} &= M_v(3t^*) - 2M_v(2t^*) \\ &= -at^* - b(1 - 2\gamma^2 + \gamma^3) \\ &= -M_{v1} + \gamma M_{v2} \\ t &= 3t^* \\ M_{v4} &= M_v(4t^*) - 2M_v(3t^*) + 2M_v(t^*) \\ &= b(1 - \gamma^2)(1 - \gamma)^2 \\ t &= 4t^* \end{aligned} \right\} (3)$$

式中, $\gamma = e^{-t^*/T} = e^{-(E_1 + E_2)t^*/\eta}$

如图 3, 织物在曲率 k^* 、 $-k^*$ 间周期性弯曲, 在 1、2、3、4 点的总弯矩分别为

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= M_{v1} + \mu k^* = at^* + b(1 - \gamma) + \mu k^* \\ t &= t^* \\ M_2 &= M_{v2} = -b(1 - \gamma)^2 \\ t &= 2t^* \\ M_3 &= M_{v3} - \mu k^* = -M_{v1} + \gamma M_{v2} - \mu k^* \\ t &= 3t^* \\ M_4 &= M_{v4} = b(1 - \gamma^2)(1 - \gamma)^2 \\ t &= 4t^* \end{aligned} \right\} (4)$$

这里, μ 是类似于摩擦因数的常数 ($\text{cN} \cdot \text{cm}^2 / \text{cm}$)。

但是, 在式(4)中只有 3 个独立的方程, 故还需建立一个方程。在此, 选择描述织物弯曲性能的参数之一——滞后弯矩 $2HB$ 来建立方程。如图 3 所示, 得出独立于方程(4)的方程:

$$\begin{aligned} 2HB_+ &= M_+(k') - M_-(k') \\ &= M_{v+}(k') - M_{v-}(k') + 2M_f(k') \\ &= b(2 - e^{-\frac{k'}{T}} - 2e^{-\frac{k^* - k'}{T}} + e^{-\frac{2k^* - k'}{T}}) + 2\mu k' \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} 2HB_- &= M_+(-k') - M_-(-k') \\ &= M_{v+}(-k') - M_{v-}(-k') + 2M_f(-k') \\ &= b(2 - e^{-\frac{-k'}{T}} + 2e^{-\frac{-3k^* - k'}{T}} + e^{-\frac{-2k^* + k'}{T}} - \\ &\quad 2e^{-\frac{-k^* - k'}{T}} - 2e^{-\frac{-k^* + k'}{T}}) + 2\mu k' \end{aligned} \quad (5b)$$

式中, + 表示织物向前弯曲, - 表示织物向后弯曲, $2HB_+$ 和 $2HB_-$ 分别为曲率等于 $+k$ 和 $-k$ 时滞后曲线的宽度。它们的平均数即为滞后弯矩 $2HB$:

$$2HB = (2HB_+ + 2HB_-) / 2 = bQ + 2\mu k' \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} Q &= 0.5(4 - e^{-\frac{4k^* - k'}{T}} + 2e^{-\frac{3k^* - k'}{T}} + e^{-\frac{2k^* + k'}{T}} - \\ &\quad 2e^{-\frac{k^* - k'}{T}} + e^{-\frac{-2k^* - k'}{T}} - 2e^{-\frac{-k^* + k'}{T}} - \\ &\quad 2e^{-\frac{-k^* - k'}{T}} - e^{-\frac{k'}{T}}) + 2\mu k' \end{aligned} \quad (6b)$$

由方程组(4)中的 M_1 、 M_2 、 M_3 和方程(6)组成联立方程组, 解之可得

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{M_1 + M_3}{M_2} \\ T &= \frac{k^*}{\rho \ln \left[\frac{M_1 + M_3}{M_2} \right]} \\ a &= \frac{\rho}{k^*} M_1 + \frac{\rho}{k^*} \cdot \frac{M_2^2}{M_2 - M_1 - M_3} - \mu \rho \\ b &= -\frac{M_3^3}{(M_2 - M_1 - M_3)^2} \end{aligned} \right\} (7)$$

同时,得到标准固体模型的参数:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{aT+b}{T\rho} \\ E_2 &= \frac{a(aT+b)}{b\rho} \\ \eta &= T(E_1 + E_2) = \frac{(aT+b)^2}{b\rho} \\ \mu &= \frac{2HB-bQ}{2k} \end{aligned} \right\} (8)$$

这样,织物弯曲模型可以通过弯矩-曲率曲线上的3个点和一个滞后参数建立起来。

2 实验条件

试样为5种不同的织物,其参数列于表1。试样为20 cm×20 cm的正方形,四边分别平行于经纱和纬纱方向。织物的弯曲性能在KES-FB-2弯曲仪上测试。织物的弯曲速率为0.5 cm⁻¹/s,最大的弯曲曲率为2.5 cm⁻¹。每种织物测试5块样品,每块

样品按经、纬向分别进行测定。织物的弯曲刚度 B 和滞后弯矩 $2HB$ 列于表1。实验在标准大气条件下进行。

表1 样品的结构与弯曲参数

样品	材料	组织	面密度/厚度/ (g·m ⁻²) cm		$B/$ (cN·cm ² ·cm ⁻¹)		$2HB/$ (cN·cm·cm ⁻¹)	
			经	纬	经	纬		
1	毛/涤	平纹	161	0.032 9	0.105 9	0.078 9	0.026 0	0.037 6
2	毛	平纹	198	0.036 0	0.055 6	0.149 3	0.073 3	0.047 7
3	涤纶	平纹	127	0.032 2	0.027 0	0.075 4	0.035 0	0.103 0
4	羊毛	斜纹	245	0.062 7	0.162 6	0.132 7	0.082 6	0.062 9
5	开司米	斜纹	183	0.044 4	0.121 8	0.078 2	0.053 0	0.044 3

3 结果与讨论

如图3所示,弯曲滞后曲线上1、2和3点的弯矩,以及用方程(7)和(8)计算得到的织物模型参数列于表2。

表2 织物的实测弯矩和计算模型参数

样品		实测弯矩/(cN·cm ² ·cm ⁻¹)			计算模型参数			
		M_1	M_2	M_3	E_1	E_2	η	μ
1	经向	0.266 7	-0.015 4	-0.267 8	0.121 11	0.633 38	1.404 15	0.000 45
	纬向	0.198 9	-0.013 4	-0.201 5	0.078 69	0.372 39	1.430 10	0.009 26
2	经向	0.166 1	-0.022 2	-0.168 2	0.076 74	0.147 77	0.470 11	0.007 32
	纬向	0.373 8	-0.025 8	-0.385 1	0.138 95	0.563 73	4.221 67	0.022 46
3	经向	0.204 2	-0.056 2	-0.224 9	0.124 53	0.145 60	1.348 62	-0.020 03
	纬向	0.073 6	-0.027 3	-0.085 4	0.004 56	-0.003 84	0.004 28	0.034 84
4	经向	0.401 6	-0.055 1	-0.447 2	0.162 06	0.020 98	4.846 22	0.014 60
	纬向	0.360 4	-0.055 6	-0.402 7	0.157 86	0.072 85	4.198 21	0.002 81
5	经向	0.327 0	-0.034 8	-0.333 8	0.150 53	0.482 42	1.936 17	0.001 10
	纬向	0.201 0	-0.027 4	-0.219 5	0.081 95	0.079 83	2.055 38	0.007 30

织物的弯曲刚度 B (cN·cm²/cm)和滞后弯矩 $2HB$ 可从弯曲滞后曲线中得出。弯曲刚度 B 是2个斜率 B_+ 和 B_- 的平均值,如图3所示。在KES-FB-2弯曲仪上,织物的曲率按0.5 cm⁻¹/s变化,曲率在+2.5 cm⁻¹、-2.5 cm⁻¹范围内变化。 B_+ 是当织物表面向外弯曲时,在曲率为0.5 cm⁻¹至1.5 cm⁻¹时弯曲曲线上一段近似直线部分的斜率。 B_- 是当织物表面向里弯曲时,弯曲曲线上曲率为-0.5 cm⁻¹至-1.5 cm⁻¹的一段近似直线部分的斜率。式(3)和(4),可以得到

$$\begin{aligned} B_+ &= M_+(1.5) - M_+(0.5) \\ &= M_{r+}(1.5) - M_{r+}(0.5) + 1.5\mu - 0.5\mu \\ &= \frac{a}{\rho} - be^{-\frac{1.5}{\rho T}} + be^{-\frac{0.5}{\rho T}} + \mu \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} B_- &= M_-(-0.5) - M_-(-1.5) \\ &= M_{r-}(-0.5) - M_{r-}(-1.5) - 0.5\mu + 1.5\mu \\ &= \frac{a}{\rho} + b(e^{-\frac{6.5}{\rho T}} - e^{-\frac{5.5}{\rho T}} - 2e^{-\frac{4}{\rho T}} + 2e^{-\frac{3}{\rho T}}) + \mu \end{aligned} \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{a}{\rho} + \frac{1}{2}b(e^{-\frac{6.5}{\rho T}} - e^{-\frac{5.5}{\rho T}} - 2e^{-\frac{4}{\rho T}} + \\ & 2e^{-\frac{3}{\rho T}} - e^{-\frac{1.5}{\rho T}} + e^{-\frac{0.5}{\rho T}}) + \mu \end{aligned} \quad (9c)$$

那么,利用式(9)和表2中的模型参数,就可计算出织物的弯曲刚度 B_+ 、 B_- 和 B ,见表3。可以看出,理论计算与实验结果相符。

同样, $2HB_+$ 和 $2HB_-$ 是弯曲滞后曲线在曲率为+1 cm⁻¹时的滞后宽度,把 $k=1$ 及表2中的模型参

表3 计算的弯曲刚度和滞后弯矩与实测结果的比较

样品		计算的 $B / (\text{cN} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{cm}^{-1})$			实测的 $B / (\text{cN} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{cm}^{-1})$	偏差 / %	计算的 $2HB / (\text{cN} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{cm}^{-1})$		
		B_+	B_-	B			$2HB_+$	$2HB_-$	$2HB$
1	经向	0.106 9	0.101 0	0.103 9	0.105 9	1.89	0.023 4	0.028 7	0.026 0
	纬向	0.080 0	0.075 4	0.077 7	0.078 9	1.48	0.034 6	0.041 9	0.037 6
2	经向	0.066 9	0.058 5	0.062 7	0.055 6	12.85	0.045 6	0.054 1	0.049 6
	纬向	0.150 6	0.144 5	0.147 5	0.149 3	1.14	0.071 0	0.093 1	0.076 8
3	经向	0.084 1	0.068 9	0.076 5	0.075 4	1.51	0.021 8	0.063 7	0.035 0
	纬向	0.030 6	0.024 0	0.027 3	0.027 0	1.01	0.096 8	0.120 0	0.103 0
4	经向	0.162 9	0.159 1	0.161 0	0.162 6	0.98	0.077 4	0.280 7	0.082 6
	纬向	0.146 5	0.141 0	0.143 8	0.132 7	8.34	0.055 9	0.192 4	0.062 9
5	经向	0.132 1	0.120 1	0.126 1	0.121 8	3.50	0.045 2	0.063 7	0.053 0
	纬向	0.081 6	0.077 9	0.079 7	0.078 2	1.95	0.039 9	0.085 9	0.044 3

数代入方程组(5)和(6),也可以把织物的弯曲滞后弯矩计算出来。计算结果与实测滞后弯矩见表3。很明显,计算得到的 $2HB$ 与实测得到的 $2HB$ (见表1)完全一致。

4 结 论

1) 织物在小变形下的弯曲性能可用标准线性固体模型与摩擦元件并联组成的模型来表征。

2) 模型参数可以通过弯曲滞后曲线上的3个点和滞后弯矩来决定。

3) 织物的摩擦约束力偶是随着曲率的变化而变化的,这导致实测的滞后弯矩 $2HB_+$ 和 $2HB_-$ ($k = \pm 1 \text{ cm}^{-1}$) 大于弯曲滞后曲线在力矩轴上的截距。

参考文献:

[1] Postle R, Camaly G A, de Jong S. Mechanics of Wool Structures [M]. London: Ellis Harwood Ltd, 1988.

[2] Abbott G M, Grosberg P, Leaf G A V. The elastic resistance to bending of plain-woven fabrics [J]. J Text Inst, 1973, 64(3): 346-362.

[3] de Jong S, Postle R. An energy analysis of woven-fabric mechanics by means of optical-control theory, Part II: pure-bending properties [J]. J Text Inst, 1977, 68(3): 362-369.

[4] Ghosh T K, Batra S K, Barker R L. The bending behavior of plain-woven fabrics Part III: the case of bilinear thread-bending behavior and the effect of fabric set [J]. J Text Inst, 1990, 81(2): 255-271.

[5] Konopasek M. Computational aspects of large deflection analysis of slender bodies [A]. In: Hearle J W S, Thwaites J J, Amirbayat eds. Mechanics of Flexible Fiber Assemblies [C] (NATO ASI Series). Netherlands: Sijhoff & Nordhoff, Alphen am den Rijn, 1980. 275-292.

[6] Lloyd D W, Sharanan W J, Konopasek M. The bending of heavy fabric sheets [J]. Int J Mech Sci, 1978, 20(5): 521-527.

[7] Chapman B M. Determination of the rheological parameters of fabric in bending [J]. Text Res J, 1975, 45(2): 137-144.

[8] Shi Feng-jun, Hu Jinlian, Yu Tongxi. Study on bending of woven fabrics [J]. Journal of China Textile University, 2000, 17(1): 51-56.

[9] Grosberg P. The mechanical properties of woven fabrics Part II: the bending of woven fabrics [J]. Text Res J, 1966, 36(2): 205-211.

[10] Ghosh T K, Batra S K, Barker R L. The bending behavior of plain-woven fabrics Part I: a critical review [J]. J Text Inst, 1990, 81(3): 245-255.

(上接第11页)

2) 一定窗口宽度棉条厚度信号数量的分维数均值与不匀率成正相关。

3) 棉条厚度的时间序列数据的分维数序列与不匀率序列高度同步。

根据以上结论,分维数可以用于评价棉条的不均匀情况,且较其它表征棉条不匀的特征参数更能深刻地反映棉条不匀的自相似结构。

参考文献:

[1] Benoit B Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature [M]. San Francisco: W H Freeman and Co, 1982.

[2] 谢和平, 薛秀谦. 分形应用中的数学基础与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.

[3] 文志英. 分形几何的数学基础 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2000.