DOI:10.13667/j.cnki.52-1046/th.2003.05.015

用最佳偏心距使凸轮基圆半径减至最小

包头钢铁学院(014000) 侯文英
香港理工大学 C.Y.Chan

摘要:本文介绍一种计算偏心距的巧妙方法,使凸轮基圆半径减至最小,并使计算出来的压力角 α 小于等于许用压力角 $[\alpha]$。

关键词:偏心距 凸轮 基圆半径 压力角 中图分类号:TH721 文献标识码:A

The Best Eccentric Distance to Made the Base Circle Minimum

Hou Wen-ying C.Y.Chan

Abstract: This paper finds a method to minimize the base circle of the cams, and made the presser angel equear to the allowed pressure angle.

Key words: offset; cam; primary circle; pressure angle

1 传统方法使凸轮基圆半径减至最小的最佳偏心距

如图1所示直动滚子从动件盘形凸轮机构中,过滚子中心 B 所做理论轮廓的法线 nn 与过凸轮轴心 O 所作从动件导路垂线的交点 P 是凸轮与从动件的相对瞬心,且:

$op = v \quad \omega = \mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi$,

由图中 ΔBDP 可得计算任意位置压力角的公式:

$$\mathrm{tg}\alpha = (\mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - e)/(s + s_0) \tag{1}$$

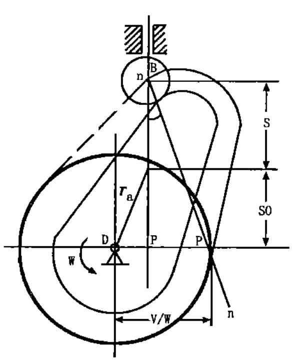


图1

式中 e 以右偏置为正,s_0 为初位移。由于从动件的 s 是凸轮转角的函数,所以 α 也是 φ 的函数,而当压力角达到最大值 $\alpha = \alpha_{\max}$ 时,有 $\mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi = 0$。将式(1)对 φ 求导并令其为零:

$$(s + s_0)\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}\varphi^2} - \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\varphi}(\mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - e) = 0 \tag{2}$$

如以 φ_p 表示(2)式的解,则:

$$\frac{(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\varphi})_p - e}{s_p + s_0} = \frac{(\mathrm{d}s^2/\mathrm{d}\varphi^2)_p}{(\mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi)_p} = \mathrm{tg}\alpha_{\max} \tag{3}$$

按 $\alpha_{\max} \leqslant [\alpha]$ 的条件确定基圆半径 r_a 时,上式的 $\alpha_{\max}$ 应以许用压力角 $[\alpha]$ 代替,于是满足 $\alpha_{\max} \leqslant [\alpha]$ 条件的基圆半径为:

$$r \geqslant \sqrt{[(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\varphi})_p - \frac{e}{\mathrm{tg}[\alpha]} - s_p]^2 + e^2} \tag{4}$$

理论上按(4)式可精确求得满足 $\alpha_{\max} \leqslant [\alpha]$ 条件的基圆半径,然而由于:

(a).只有少数几种基本运动规律能比较方便地求得精确的 ψ_p 值,在很多情况下求解精确的 ψ_p 值很困难;

(b).对于等速运动规律,$\mathrm{d}^2 s/\mathrm{d}\varphi^2 = 0$,(3)式失效;

(c).$\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}\alpha = 0$ 是极值的充分条件,而不是必要条件,有时极值发生在区间端点;

(d).工程中广泛采用改进型运动规律,一个行程中往往包含好几条不同曲线,其函数表达式不一样,只好采用经验值代替 ψ_p。

2 确定最佳偏心距的新方法

精确确定最大压力角的凸轮转角,由(1)式:

$\mathrm{tg}\alpha(s + s_0) = \mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - e$

$s_0\mathrm{tg}\alpha + e = \mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - s\mathrm{tg}\alpha$

设 $$E(\varphi) = s_0\mathrm{tg}\alpha + e = \mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - s\mathrm{tg}\alpha \tag{5}$$

又设 $\varphi = \varphi'$ 时,$\alpha = \alpha_{\max}$

则 $$E(\varphi) = s_o\mathrm{tg}\alpha + e = (\mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi)|_{\varphi=\varphi'} - s(\varphi')\mathrm{tg}\alpha_{\max} = E_{\max} \tag{6}$$

根据 $E(\varphi)$ 左边的表达式,s_0、e 均为常数,当 $\alpha_{\max} = \alpha$,$E(\varphi)$ 最大。

仿照(5)式建立一个新函数:

$$E_1(\varphi) = \mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - s\mathrm{tg}\alpha_{\max} \tag{7}$$

比较(7)式和(5)式可知,仅在 $\alpha_{\max} = \alpha$ 位置时 $E_1 = E$,而在其余位置由于 $\alpha_{\max} = \alpha$,$E_1 < E$。但当 $\alpha_{\max} = \alpha$ 时,$E(\varphi)$ 也相应达到最大值 $E_{\max}$。因此 E_1 和 E 两个函数在机构的同一位置出现最大值,并且它们的最大值相等,故可以由 $E_1(\varphi)$ 的最大值分别定出 $E(\varphi)$ 的最大值及其相应的位置 φ'。具体证明如下:

作者简介:侯文英,男(1958),毕业于中南工大,硕士,副教授,正处级;研究机械原理等。

收稿日期:2003-4-14

由于位移 s 总是正的，而 $\alpha_{max}\geq\alpha$，故 $E(\varphi)\geq E_1(\varphi)$。

当 $\varphi=\varphi'$

$$E_1(\varphi')=(ds/d\varphi)_{\varphi=\varphi'}-s(\varphi')tg\alpha_{max} \quad (8)$$

比较(8)式和(6)式：

$$E_1(\varphi')=E(\varphi')=E_{max}$$

$$E_1(\varphi)\leqslant E(\varphi)\leqslant E_{max}=E_1(\varphi')=E(\varphi')$$

$$E_1(\varphi)\leqslant E_1(\varphi')$$

$$E_1(\varphi')=E_{1max}$$

具体求法（参见后图）：

(a).按给定的从动件运动规律作出位移线图和速度线图：$s—\varphi$，$ds/d\varphi—\varphi$；

(b).按给定的许用压力角[α]，计算 $s(\varphi)tg[\alpha]$，或直接以 $h tg[\alpha]$ 为升距作位移线图 $s(\varphi)tg[\alpha]$；

(c).从速度线图 $ds/d\varphi$ 里减去 $s(\varphi)tg[\alpha]$，得 $E_1(\varphi)$；

(d).找出 $E_1(\varphi)$ 的最大值 $E_1(\varphi')=E_{1max}$

(e).由(6)式：

$$s_0 tg[\alpha]+e=E_{1max}=E_{max} \quad (10)$$

$$s_0=(E_{1max}-e)/tg[\alpha]$$

$$r^2=s_0{}^2+e^2$$

$$r^2=(E_{1max}-e)^2/tg^2[\alpha]+e^2 \quad (11)$$

$$dr/de=-2(E_{1max}-e)/tg^2[\alpha]+2e=0$$

$$(E_{1max}-e)/tg^2[\alpha]=e$$

$$E_{1max}=e(1+tg^2[\alpha])$$

$$E_{1max}-e=e tg^2[\alpha])$$

$$(E_{1max}-e)^2/tg^2[\alpha]=e^2 tg^2[\alpha]$$

$$r^2=e^2 tg^2[\alpha]+e^2=e^2[1+tg^2[\alpha]]=e^2/\cos^2[\alpha]$$

$$r=e/\cos[\alpha]$$

$$r=E_{1max}\cos^2[\alpha])$$

$$e=r\cos[\alpha] \qquad s_0=r\sin[\alpha]$$

便可求出所需凸轮基圆半径。

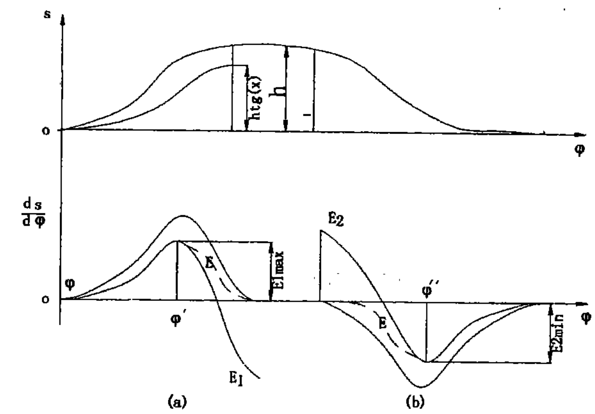
例题：

如下图所示滚子直动从动件盘形凸轮机构中，升距 $h=60$mm，推程和回程均为正弦加速度，推程和回程运动角均为120°，推程许用压力角[α]=30°，回程许用压力角[α]=45°，求最小基圆半径 r_a 和偏距 e。

计算结果：$R_a=66.5742362$ $\qquad E=10.3472927$

$s_0=65.765207$

曲线图如下：



参考文献

1 刘鹤然.按许用压力角确定凸轮基圆半径.机械.

（上接第23页）

$$r_3=a+\gamma_1=A[\sqrt{n_3^2-k^2(n_3^2-1)}-1]+\frac{p}{1-k\cos\varphi_1}$$

$$\varphi^3=\int_0^{\varphi_1}\frac{p}{(a+p)-ak\cos\varphi^1}d\varphi_1 \quad (11)$$

或 $$\tan\frac{n_3\varphi_3}{2}=\sqrt{\frac{a+p+ak}{a-p-ak}}\tan(\varphi_1/2) \quad (12)$$

由(11)(12)式中消去参变数 φ_1，即为轮3瞬心线方程，代入(3)式最后得到：

$$\gamma_3=\frac{(a+p)^2-a^2k^2}{\sqrt{n_3^2-k^2(n_3^2-1)}-k\cos n_3\varphi_3} \quad (13)$$

3 非圆行星轮系的同心条件

当椭圆行星轮分别与内外啮和中心轮啮合时，而中心距显然应相同，故有：

$$a_{12}=A[1+\sqrt{n_2^2-k^2(n_2^2-1)}]=a_{13}$$

$$=[\sqrt{n_3^2-k^2(n_3^2-1)}-1]$$

整理得：

$$K^4(n_2^2-n_3^2)^2+k^2[2(n_2^2-n_3^2)(n_3^2-n_2^2-4)+16(n_2^2-1)-16n_2^2=0 \quad (14)$$

取不同的 n_2 和 n_2 的组合，上方程可能有解，也可能无解或不合理解。

当试取 $n_2=3$ $\quad n_3=6$ 时解得：$k=0.5585$

故对每一组 n_2 和 n_3 的组合，只有一种离心率的椭圆可作非圆行星传动的行星轮。

参考文献

1 李福生.非圆齿轮设计.机械工业出版社，1986.