

文章编号 : 1000-4750(2002)06-148-06

# 混凝土试样在静态载荷 作用下断裂过程的数值模拟研究

朱万成<sup>1</sup>, 唐春安<sup>1</sup>, 赵 文<sup>1</sup>, 滕锦光<sup>2</sup>

(1. 东北大学岩石破裂与失稳研究中心, 沈阳 110004; 2. 香港理工大学土木与结构工程系, 香港)

**摘 要:**提出了一个模拟混凝土断裂过程的细观力学模型, 并应用该模型从混凝土的细观非均匀性结构出发, 对混凝土试样在单轴和双轴静态载荷作用下的断裂过程进行了数值模拟, 给出双轴载荷作用下混凝土的强度包络面。数值模型结果较好地模拟了混凝土试样从裂纹萌生、扩展到宏观裂纹形成的整个断裂过程, 与实验结果表现出较好的一致性。

**关键词:**混凝土; 细观; 断裂过程; 弹性损伤力学  
**中图分类号:** TU528.01 **文献标识码:** A

## 1 引言

混凝土断裂是由于对象体系中潜在的各种缺陷引起的, 其断裂过程实际上就是微裂纹萌生、扩展、贯通, 直到宏观裂纹产生导致混凝土断裂的过程<sup>[1]</sup>。研究混凝土的断裂过程有利于对其断裂特征及机制的认识, 从而为防止这种断裂的发生提供力学基础<sup>[2]</sup>。Wittmann<sup>[3]</sup>提出应该从三个研究尺度出发来研究混凝土材料力学性质并认为细观尺度是指  $10^{-2}$ mm 到 10mm 之间的尺寸范围<sup>[2]</sup>。基于混凝土的细观结构, 人们提出了许多研究混凝土断裂过程的细观力学模型。最具典型的细观数值模型有网格模型 (Lattice model)<sup>[4]</sup>、随机粒子模型 (Random particle model)<sup>[5]</sup>、Mohamed 等的细观模型<sup>[6]</sup>以及国内刘光廷等<sup>[7]</sup>提出的随机骨料模型。这些模型都假定混凝土是砂浆基质、骨料和两者之间的粘结带组成的三相复合材料, 用细观层次上简单本构关系来模拟复杂的宏观断裂过程。这几个模型都认为拉损伤是产生断裂的原因, 在模拟一些以拉破坏为主要原因的实验(如: 单轴拉伸、单轴压缩、三点弯曲等)

时, 取得了令人满意的结果。但是, 现在还没有发现这些模型模拟混凝土处于双轴压缩应力状态时断裂过程的文献报道。对于一个二维数值模型而言, 只有能够反映材料在各种不同组合应力状态下强度等断裂特征的数值模型才能被认为是比较完善的。因此, 提出一种用于模拟混凝土在各种平面受力状态下, 尤其是在双轴载荷作用下断裂过程及其强度特性的数值模型就显得非常重要。本文的数值模型的提出希望在这方面做一些尝试性的工作。

## 2 细观数值模型

本文的数值模型假定混凝土是由砂浆基质、骨料及其它们之间的界面组成的三相复合材料, 为了考虑各相组分的非均匀性, 各组分的材料性质按照某个给定的 Weibull 分布来赋值。各个组分(包括砂浆基质、骨料和界面)用均匀的四边形网格来表征, 通过对不同组成相的材料单元赋予不同的力学参数来从数值上得到一个非均匀的混凝土试样(我们称其为数值试样)。同时, 该网格又作为有限元分析的四边形等参数单元, 用有限元法作为应力分析工

收稿日期: 2001-05-18; 修改日期: 2001-08-10

基金项目: 国家杰出青年基金(59472018)和辽宁省自然科学基金(972189)

作者简介: 朱万成(1974), 男, 新疆呼图壁县人, 讲师, 博士, 从事工程力学研究

唐春安(1958), 男, 湖南黔阳人, 长江学者特聘教授, 博士生导师, 从事岩石力学研究

赵 文(1962), 男, 内蒙古人, 教授, 博士生导师, 从事结构工程研究

滕锦光(1964), 男, 浙江温州人, 教授, 从事结构工程研究

具, 计算这些细观单元的应力和位移。细观单元的损伤演化按照弹性损伤本构关系来描述, 最大拉应力(或者拉应变)准则和摩尔库仑准则分别作为细观单元发生初始拉伸损伤和剪切损伤的阈值条件<sup>[8]</sup>。

2.1 混凝土材料非均匀性的表征

本文的数值模型假定混凝土是由砂浆基质、骨料及两者之间的粘结带组成的三相复合材料。同时, 为了反映每个组成相内部结构的离散性, 假定其材料力学性质满足 Weibull 分布。该 Weibull 分布可以按照如下分布密度函数表示:

$$f(u) = \frac{m}{u_0} \left(\frac{u}{u_0}\right)^{m-1} \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right)^m \quad (1)$$

这里  $u$  代表满足该分布参数(例如强度、弹性模量等)的数值; 而  $u_0$  是与所有单元参数平均值有关的参数。形状参数  $m$  定义了 Weibull 分布密度函数的形状。我们把  $u_0$  和  $m$  称为材料的 Weibull 分布参数。对于材料的每个力学参数都按照在给定其 Weibull 分布参数的条件下按照式(1)定义的随机分布赋值。当  $m$  分别为 1.5、3.0 和 6.0 时, Weibull 分布密度函数的曲线如图 1 所示。Weibull 分布参数  $m$  反映了混凝土力学参数的离散程度, 当其由小到大变化时, 细观单元力学参数分布变得较为集中, 材料内部所包含的大部分细观单元的力学参数都接近于给定的参数  $u_0$ 。参数  $m$  被称为均质度,  $m$  越大材料越均匀。对于混凝土材料而言, 其细观的结构特征特别明显, 可以先用一个 Weibull 分布来描述砂浆基质的非均匀性(如图 2(a)所示), 进而指定局部区域的单元为骨料、界面, 以取代原来这里单元的力学性质, 生成的混凝土试样如图 2(b)所示。图 2 中的颜色灰度反映了单元弹性模量的高低, 灰度越大, 弹性模量越高。

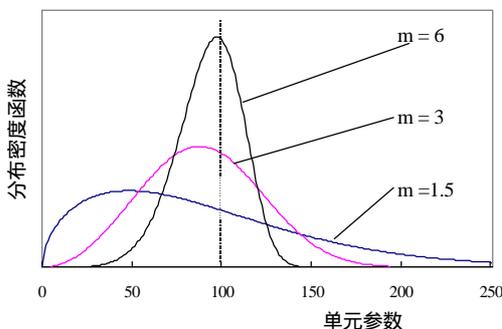
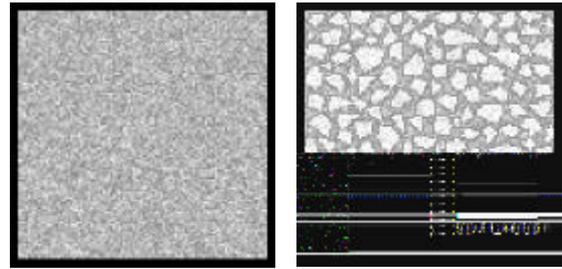


图 1 不同均质度  $m$  时单元参数的分布密度函数

Fig.1 Distribution density function of mechanical parameter of elements with different homogeneity index  $m$



(a) 砂浆试样 (b) 混凝土试样

图 2 砂浆和混凝土的弹性模量分布

Fig.2 Distribution of Young's modulus of matrix and concrete specimens

2.2 细观单元的本构关系

损伤力学为研究材料的这种损伤演化过程提供一个有效的力学基础。按照应变等价原理, 受损材料的本构关系可通过无损材料中的名义应力得到, 即

$$\mathbf{e} = \mathbf{s} / E = \tilde{\mathbf{s}} / E = \mathbf{s} / (1-D)E_0$$

或

$$\mathbf{s} = E_0(1-D)\mathbf{e} \quad (2)$$

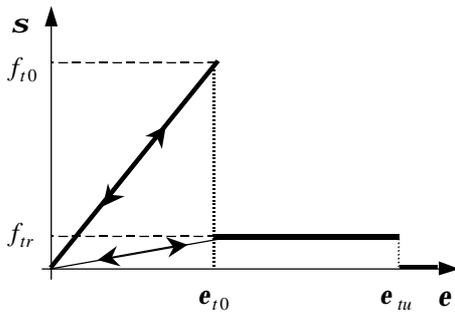
式中  $E$  和  $E_0$  分别为损伤后的弹性模量和初始弹性模量;  $D$  为损伤变量。  $D=0$  对应无损伤状态;  $D=1$  对应完全损伤(断裂或者破坏)状态;  $0 < D < 1$  对应不同程度的损伤程度。由于本文用有限元程序进行应力分析, 当  $D=0$  时, 为了消除有限元计算中可能出现的问题, 在程序中单元的弹性模量用一个很小的数(例如  $1.0E-05E_0$ )代替。在初始状态, 细观单元是弹性的, 随着单元应力的增加, 当单元的应力或应变状态将满足某个给定的损伤阈值(准则)时, 单元开始损伤。这里选择两个准则, 其一是最大拉应变准则, 认为当细观单元的最大拉伸主应变达到其给定的极限值时, 该单元开始发生拉伸损伤; 其二是摩尔库仑准则, 认为当细观单元的应力状态满足摩尔库仑准则时, 该单元发生剪切损伤。同时, 拉伸准则具有优先权, 若细观单元满足拉伸准则, 则不需要再判断其是否满足摩尔库仑准则。只有未满足拉伸准则的单元才判定其是否满足摩尔库仑准则。

假设单元在单轴受力状态下满足的弹性损伤本构关系如图 3 所示。图 3(a)和(b)分别表示细观单元在单轴应力状态下发生拉伸损伤和剪切损伤的本构曲线。当单元处于单轴拉伸载荷作用时, 如图 3(a)所示的本构关系中损伤变量可以表达为:

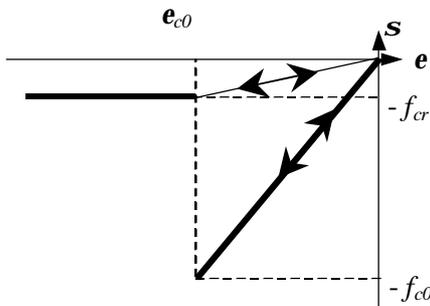
$$D = \begin{cases} 0 & e < e_{t0} \\ 1 - \frac{f_{tr}}{E_0 e} & e_{t0} \leq e < e_{tu} \\ 1 & e \geq e_{tu} \end{cases}$$

或者

$$D = \begin{cases} 0 & e < e_{t0} \\ 1 - \frac{l e_{t0}}{e} & e_{t0} \leq e < e_{tu} \\ 1 & e \geq e_{tu} \end{cases} \quad (3)$$



(a) 单轴受拉时的本构关系



(b) 单轴受压时的本构关系

图 3 细观单元单轴受力状态下的弹性损伤本构关系

Fig.3 Elastic damage-based constitutive law of elements under uniaxial stress state

这里  $f_{t0}$  和  $f_{tr}$  是单元单轴拉伸强度和初试拉伸损伤时的残余强度,  $e_{t0}$  是弹性极限所对应的拉伸应变, 该应变可以叫做拉伸损伤应变阈值。  $l$  为单元的残余强度系数, 定义为  $f_{tr} = l f_{t0}$ ; 并且假定  $f_{cr} = l f_{c0}$  也成立;  $e_{tu}$  是单元的极限拉伸应变, 这里用  $e_{tu} = h e_{t0}$  来定义极限应变系数  $h$ 。这里残余强度系数  $l$  和极限应变系数  $h$  都是用于细观单元本构关系中的重要参数。当单元单轴拉伸应变达到极限拉伸应变时, 单元将完全损伤, 达到拉伸断裂(破坏)状态。当单元处于三维应力状态且发生拉伸损伤时, 用等效应变  $\bar{e} = \sqrt{\langle e_1 \rangle^2 + \langle e_2 \rangle^2 + \langle e_3 \rangle^2}$  代替式(3)中的拉应变  $e$ 。这里,  $e_i (i = 1, 2, 3)$  为主应变,  $\langle \cdot \rangle$  是一个函数, 其定义如下:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

类似地, 当单元的应力状态满足如下(5)式表达的摩尔库仑准则时, 认为其发生剪切损伤。其本构关系按照如图 3(b)所示的本构关系表达。

$$F = \frac{1 + \sin f}{1 - \sin f} s_1 - s_3 \geq f_{c0} \quad (5)$$

这里  $f_{c0}$  是细观单元的单轴抗压强度,  $e_{c0}$  为发生剪切且损伤时的应变。此时, 损伤变量的表达式为:

$$D = \begin{cases} 0 & e > e_{c0} \\ 1 - \frac{l e_{c0}}{e} & e \leq e_{c0} \end{cases} \quad (6)$$

当单元处于三维应力状态并且也发生剪切损伤(其应力状态满足了摩尔库仑准则)时, 把(6)中的  $e_{c0}$  用如下(7)式代替,  $e$  用最大压缩应变  $e_3$  替换, 将该本构关系从一维应力状态推广到了三维应力状态。

$$e_{c0} = \frac{1}{E_0} [-f_c + \frac{1 + \sin f}{1 - \sin f} s_1 - m(s_1 + s_2)] \quad (7)$$

文献[8]已经对该模型中的参数进行了全面的讨论, 研究了单元数目(单元尺寸)对于模拟结果的影响, 证明了当本构参数  $l$  和  $h$  在一定范围内取值时 ( $0 < l \leq 0.1, 2 \leq h \leq 5$ ), 细观单元的本构参数对于宏观模拟结果影响很小, 模拟结果具有稳定性和合理性。

### 3 数值模拟结果

这里我们模拟单轴抗压强度为 35MPa 的混凝土, 其弹性模量为 26400MPa。试样的尺寸为 100mm×100mm, 这里用 100×100 个单元来表征。作者在文献[8]给出了应用该数值模型模拟常用标号普通混凝土时的参数赋值。对于该强度的混凝土, 组成混凝土各组分力学性质的 Weibull 分布参数见表 1。

表 1 模拟混凝土试样的 Weibull 分布参数

Table 1 Weibull distribution parameters used to simulate the concrete specimen

组分	弹模的平均值(GPa)	单轴抗压强度的平均值(MPa)	均质度
砂浆基质	28.6	175	3
界面	15.0	150	1.5
骨料	80.0	500	6

#### 3.1 单轴压缩载荷作用下混凝土的断裂过程

混凝土在单轴压缩载荷作用下应力-应变曲线和损伤单元个数分布的数值模拟结果如图 4 所示。随着加载量的继续增加, 有大量的单元产生损伤、

破坏并发展成为裂纹，并且损伤的单元开始相互贯通，应力-应变曲线的非线性变得非常明显。达到峰值强度后，试件中由损伤的单元相互作用并且产生较大的侧向应变(如图 5 所示)，并形成了宏观裂纹带。此后，试样发生失稳，但保留较大的残余强度，逐渐地失去承载能力，直到试件完全断裂。在该模型中，单元满足弹性损伤的本构关系，但是，从宏观试样的变形来看，数值试样却出现了较大的侧向膨胀，这正说明了混凝土的变形和体积膨胀主要是混凝土中裂纹萌生、扩展和相互贯通形成宏观裂纹的结果。在整个断裂过程中，细观单元的拉损伤是最后形成宏观裂纹的主要原因，试样表现为劈裂破坏(在图 7 中给出)。这与以往的试验结果在开裂形态上表现出较好的相似性。

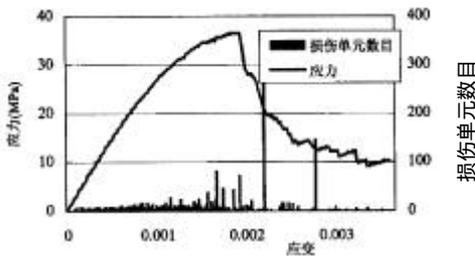


图 4 混凝土单轴压缩时的应力-应变曲线和声发射次数  
Fig.4 Stress-strain curve and AE counts of concrete under uniaxial compression

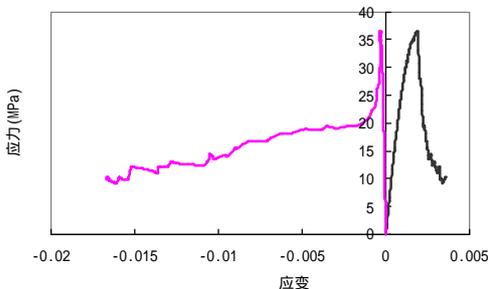


图 5 轴向应力-应变曲线和轴向应力-侧向应变曲线  
Fig.5 Axial stress-strain curve and axial stress-lateral strain curve of concrete

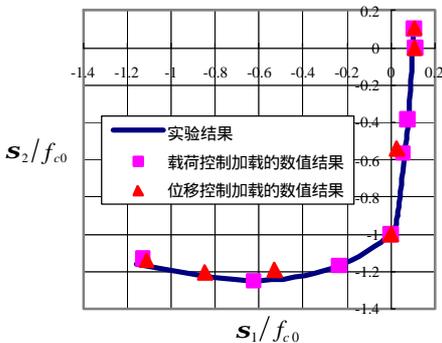


图 6 混凝土的强度包络面  
Fig.6 Strength envelope of concrete

### 3.2 混凝土在双轴载荷作用下的断裂特征

由于在双轴载荷作用下混凝土破坏机制的复杂性，这方面的数值模拟还比较少。在垂直和水平两个方向对数值试样施加单调增加的均布应力  $s_1$  和  $s_2$ 。应力大小的比例分别为  $s_1/s_2 = -0.5/-1$ 、 $-0.2/-1$ 、 $-1/-1$ 、 $+1/-10$ 、 $+1/-5$  和  $+1/+1$ (拉应力为正)，按照载荷控制方式进行分步加载。这 6 个应力比包括了混凝土在压-压、拉-压和拉-拉的所有双轴应力状态。再加上单轴压缩和单轴拉伸时的模拟结果，就可以给出混凝土在双轴应力作用下的强度包络面(如图 6 所示)。在图 6 中，拉应力的数值为正，所有的强度数值都是相对于单轴抗压强度做了标准化。同时，为了便于与实验结果比较，也将 Kupfer 和 Gerstle<sup>[12]</sup>的实验结果绘在该图中。由图 5 可以看出数值模拟得到的强度包络线与实验结果非常接近。为了得到试样在双轴载荷作用下的破坏形态图，这里也进行了位移控制加载的数值模拟。与载荷控制的加载方式类似，垂直和水平两个方向的加载位移比例分别为  $b = u_1/u_2 = -0.5/-1$ 、 $-0.2/-1$ 、 $-1/-1$ 、 $+1/-10$ 、 $+1/-5$  和  $+1/+1$ 。我们把位移控制加载时得到的强度数值也在图 6 中给出。实际上，位移控制时试样的加载路径与载荷控制时的路径是不同的，但其强度数值仍然与包络线较为接近。所以可以得到双轴强度与加载控制模式以及加载应力路径无关的结论。当然，这一结论在实验中早已被广泛接受了<sup>[12]</sup>。

如图 7 为混凝土试样在双轴载荷作用下的断裂形态图(其中包括了单轴压缩载荷和拉伸载荷作用下的情形)。当单元处于双向压缩载荷作用时，侧向应力抑制了在受力平面内横向拉裂纹的产生。由于这里按照平面应力问题进行数值模拟时，第三方向(垂直于载荷作用平面的方向)的应力为零，所以不能考虑该方向的损伤。尽管如此，摩尔库仑准则能够反映细观单元在这种应力状态下的强度特征。从数值模拟结果可以看出，在加载平面上可以看到一条倾斜的裂纹(如图 7(c)所示)，此裂纹形态与实验结果具有一定的相似性<sup>[11]</sup>。当混凝土试样处于双轴拉压组合应力状态时，数值试样的破坏形态与单轴压缩时的破坏形态有些类似，一般形成大致平行与压缩载荷方向的宏观拉裂纹(如图 7(e)所示)。当单元处于双轴拉伸应力作用时，试样的破坏过程与裂纹形态与单轴拉伸载荷时的类似，生成垂直于最大拉伸主应力方向的拉裂纹(如图 7(d)所示)。当两个

方向的拉应力相等时,在混凝土试样中形成两条分别垂直于两个拉伸载荷作用方向,或者是一条分别在两端垂直于两个拉伸载荷作用方向的裂纹(如图7(f)所示)。由此可见,把拉应变准则和摩尔库仑准则相结合作为细观单元损伤的阈值条件是非常合理而有效的,它不仅能够表征混凝土的单轴应力状态下的力学特征,而且能够有效地反映宏观混凝土试样在双轴载荷作用下的力学性能。

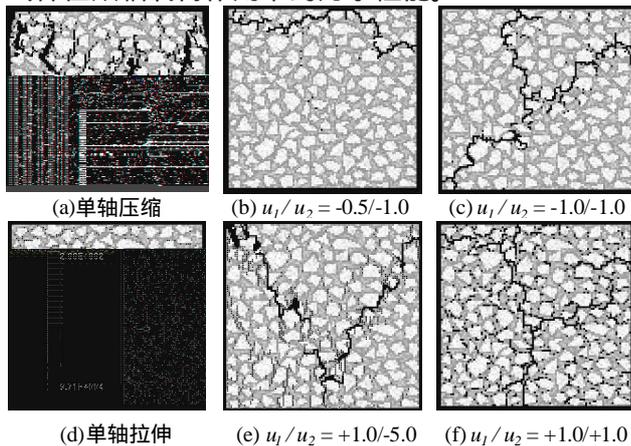


图7 混凝土试样在不同外力作用下的破坏模式

Fig.7 Failure patterns of concrete subjected to various loading conditions

## 4 结论

本文从混凝土的细观结构出发,假设混凝土是由砂浆基质、骨料及两者之间的界面组成的三相复合材料,并且每个组成相的力学性质均假定服从某种统计分布规律。基于弹性损伤力学建立单元损伤的本构关系。用该数值模拟模型成功地模拟了混凝土在单轴和双轴载荷作用下的断裂过程。数值模拟能够反映混凝土断裂过程的变形非线性、变形局部化、应力重分布等断裂现象和复杂应力状态下非均匀混凝土材料中的裂纹扩展过程。给出的混凝土在双向载荷作用下的强度包络面及其开裂形态与实验结果表现出较好的一致性。

### 参考文献:

[1] 于晓中, 居襄. 混凝土的强度和破坏[J]. 水利学报, 1983, 3(1): 22-35.  
Yu Xiaozhong, Ju Xiang. Strength and failure of concrete [J]. Chinese Journal of Hydraulic Engineering, 1983, 3(1): 22-35.

[2] J G M Van Mier. Fracture Processes of concrete: assessment of material parameters for fracture

models [M]. CRC Press, 1997.

- [3] F H Wittmann. Structure of concrete with respect to crack formation [C]. In: Wittmann FH eds. Fracture Mechanics of Concrete, Elsevier Science Publishers, 1989.
- [4] B Chiaia, A Vervuurt, JGM Van Mier. Lattice model evaluation of progressive failure in disordered particle composites [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1997, 57(2/3): 301-318.
- [5] Z P Bazant, M R Tabbara, M T Kazemi, G Pijaudier-Cabot. Random particle models for fracture of aggregate or fiber composites [J]. ASCE J. Engng Mech., 1990, 116(8): 1686-1705.
- [6] A R Mohamed, W Hansen. Micromechanical modelling of concrete response under static loading—Part 1: Model development and validation [J]. ACI Materials Journal, 1999, 96(2): 196-203.
- [7] 刘光廷, 王宗敏. 用随机骨料模型模拟混凝土材料的断裂[J]. 清华大学学报, 1996, 1: 84-89.  
Liu Guangting, Wang Zongmin. Simulation of the fracture of concrete with random aggregate model[J]. Journal of Tsinghua University, 1996, 1: 84-89.
- [8] 朱万成. 混凝土断裂过程的细观数值模型及其应用[D]. 东北大学博士学位论文, 2001.  
Zhu Wancheng. Mesoscopic numerical model for fracture process of concrete and its application[D]. Doctorate thesis of Northeastern University, Shenyang, P. R. China, 2001.
- [9] 唐春安. 岩石破裂过程声发射的数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16: 368-378.  
Tang Chun'an. Numerical simulation of AE in rock failure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16: 368-378.
- [10] A M Neville. Properties of concrete (Third edition) [M]. London: Pitman Publishing Limited, 1981, 363-364.
- [11] A Hussein, H Marzouk. Behavior of high-strength concrete under biaxial stresses [J]. ACI Materials Journal, 2000, 97(1): 27-36.
- [12] H B Kupfer, K H Gerstle. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses [J]. ASCE J. Engng Mech. 1973, 99 (EM4): 852-866.

## NUMERICAL SIMULATION ON THE FRACTURE PROCESS OF CONCRETE SPECIMEN UNDER STATIC LOADING

ZHU Wan-cheng<sup>1</sup>, TANG Chun-an<sup>1</sup>, ZHAO Wen<sup>1</sup>, TENG Jin-guang<sup>2</sup>

(1. Center for Rock Instability and Seismicity Research, Northeastern University, Shenyang, 110004, China

2. Department of Civil. And Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, P.R.China)

**Abstract:** An mesomechanical model that can simulate the fracture process of concrete is proposed and used to study the facture characteristics of concrete under uniaxial or biaxial loadings based on knowledge of heterogeneous structure of concrete at the mesoscopic level. The biaxial strength envelope of concrete is numerically presented and compared well with experimental results. This model is able to capture the complete fracture process of concrete materials that includes the initiation, propagation and coalescence of microcracks as well as cracking patterns associated with different loading stages and loading conditions, which shows good agreement with corresponding experimental results.

**Key words** concrete; mesoscopic; fracture process; elastic damage mechanics