

# 预估在非比例加载下薄金属板成型极限的损伤基力学模型<sup>\*</sup>

沈 为 彭立华

邓泽贤

(华中科技大学力学系, 武汉, 430074)

(香港理工大学制造工程系, 香港)

**摘 要** 探讨了用损伤基力学模型研究应变路径对薄金属板塑性失稳的影响, 这种力学模型考虑了材料损伤作用. 基于这种模型, 在等效应变空间建立了考虑损伤的塑性失稳判据, 并用以预估在非比例加载下薄金属板成型极限曲线(FLC). 借助这种理论模型和方法, 预估薄金属板的理论成型极限曲线与 Graf 和 Hosford 的实验结果一致.

**关键词** 成型极限, 材料损伤, 失稳条件, 非比例加载

## 0 引言

成型极限曲线(FLC)被广泛用于表示(在比例加载条件下)薄金属板成型过程的塑性失稳<sup>[1-3]</sup>. Marciniak 和 Kuczynsky<sup>[3]</sup>, 在预估薄金属板成型极限时引入了材料的初始异质(M-K 模型). 他们还注意到, 双轴拉伸区( $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$ ), 最大极限应变对应于等双轴拉伸( $\epsilon_1 = \epsilon_2 > 0$ )情况; 而最小极限应变发生在平面应变( $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 = 0$ )加载条件下, 实验证明它具有最小的流动性.

Graf 和 Hosford<sup>[4,5]</sup> 实验研究了改变应变路径对成型极限的影响. 实验方法是: 沿平行和垂直于薄金属板轧制方向, 分别在单轴拉伸、平面应变或等双轴拉伸下, 将试片预应变到一定程度; 再按常规实验确定 FLC.

应该说, 金属塑性失稳和断裂的发生常起因于内部损伤的缓慢扩展. McClintock<sup>[6]</sup> 提出一种基于已存在微空隙的扩展和聚合概念的断裂模型. Rice 和 Tracey<sup>[7]</sup> 提出一种理论上的空隙扩展模型, 能用于计算在远场应力作用下具有一个球洞的理想塑性材料的位移场. 依据金属板的延性断裂发生在  $45^\circ$  平面的事实, Ghosh<sup>[8]</sup> 提出一种基于空隙切变连结的统计模型的延性断裂判据.

为了透彻地认识薄金属板成型过程, 金属的成型极限和断裂极限的研究已从经典理论发展到应用

损伤力学概念和方法. 损伤力学在板金属成型上的早期应用有 Schmitt 和 Jalinier 的工作<sup>[9]</sup>. 他们发现, 假如颗粒-基体界面脱粘而引发损伤, 在单轴拉伸下仅有少量损伤发生, 而在等双轴拉伸下会有大量损伤发生. 相反, 颗粒破裂造成的损伤, 则在单轴和等双轴拉伸下会产生近似相同数量的损伤. Lemaitre<sup>[10]</sup> 和 Lee<sup>[11]</sup> 等发现, 在双轴拉伸下金属板的塑性失稳经历了材料的退化, 并认为可以用损伤力学理论推算成型极限曲线(FLC). 他们注意到, 金属板成型包含三阶段; 因而理论上的成型极限曲线(FLC)也应当包括这三阶段. 他们工作的不足是假设损伤为各向同性.

通过微观和宏观的材料试验以及薄板成型试验研究<sup>[12-17]</sup>, 认识了宏观局部化颈缩与损伤机制的联系; 研究了延性材料损伤导致塑性失稳, 最终发生断裂破坏的过程; 提出了各向异性损伤变量定义(二阶连续性张量), 给出了损伤变量与弹性模量的关系; 导出了各向异性损伤扩展力表达式; 在此基础上, 建立损伤演变方程, 提出损伤基失稳判据和断裂判据. 本文把它应用于研究应变路径对薄金属板塑性失稳的影响. 基于这种模型, 在等效应变空间建立了考虑损伤的塑性失稳判据, 并用以预估非比例加载路径下薄金属板成型极限曲线(FLC). 本文提出的理论判据, 由于它考虑了不同的非比例加载路径和应力三轴性对成型极限的影响, 因而预估的成型极限曲

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(10272050)资助.

2003-04-30 收到第1稿, 2004-04-14 收到修改稿.

线与实验结果有很好一致性.

### 1 力学模型

#### 1.1 薄金属板的失稳条件

在等效应变空间, 考虑各向异性损伤的薄金属板的应力-应变关系可表示为

$$\bar{\sigma} = K \psi_{II} \bar{\epsilon}^n \tag{1}$$

式中,  $n$  是材料塑性硬化指数,  $K$  是另一材料参数,  $\bar{\sigma}$  和  $\bar{\epsilon}$  分别是等效应力和等效应变. 对各向同性材料, 引入二阶连续性张量  $\psi$  以表示各向异性损伤<sup>[13~17]</sup>. 损伤参数  $\psi_{II}$  是连续性张量的最小主值.

把受损材料应力-应变关系(1)对时间求导, 得到等效应力的率方程

$$\dot{\bar{\sigma}} = K (\dot{\bar{\epsilon}}^n \psi_{II} + n \psi_{II} \bar{\epsilon}^{n-1} \dot{\bar{\epsilon}}) \tag{2}$$

注意到, 连续性主值 ( $\psi_{II} < 1$ ) 随等效应变(当  $\bar{\epsilon} > \bar{\epsilon}_{th}$  时)增加而减少, 这里  $\bar{\epsilon}_{th}$  应用等效应变表示的材料连续性起始变化的门槛值.

显然, 受损材料的失稳条件应是

$$\dot{\bar{\sigma}} = 0 \tag{3}$$

把受损材料应力-应变关系(1)代入上式, 有

$$\frac{d \psi_{II}}{d \bar{\epsilon}} = - \frac{n \psi_{II}}{\bar{\epsilon}} \tag{4}$$

受损材料失稳时, 有  $\psi_{II} = \psi_{II_{ins}}$  和  $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_{ins}$ . 这里,  $\psi_{II_{ins}}$  和  $\bar{\epsilon}_{ins}$  分别是失稳时连续性主值和等效应变值. 解微分方程(4), 并考虑受损门槛条件(当  $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_{th}$  时,  $\psi_{II} = 1$ ), 可得  $\psi_{II_{ins}}$  和  $\bar{\epsilon}_{ins}$  的下列关系

$$\psi_{II_{ins}} = (\bar{\epsilon}_{th} / \bar{\epsilon}_{ins})^n \tag{5}$$

通常可假设, 连续性门槛值  $\bar{\epsilon}_{th}$  与加载路径的主应变比  $\alpha = \epsilon_2 / \epsilon_1$  无关, 即有  $\bar{\epsilon}_{th} = \epsilon_1^0$ , 它可用材料的单轴拉伸实验测得. 在单轴拉伸条件下, 关系(5)改为

$$\psi_{II_{ins}}^{ini} = (\epsilon_1^0 / \epsilon_1^{ins})^n \tag{6}$$

这里,  $\epsilon_1^{ins}$  是材料失稳时的纵向拉伸应变.

#### 1.2 损伤演变方程

由于连续性的最小主值, 即  $\psi_{II}$ , 控制材料损伤和失稳. 则可把它选为控制变量以建立损伤演变方程. 薄金属板损伤率方程可取为<sup>[18]</sup>

$$\dot{\psi}_{II} = - \frac{Y^q}{S_0} \dot{\bar{\epsilon}} \tag{7}$$

式中,  $S_0$  和  $q$  是材料参数. 共轭于连续性张量最小

主值  $\psi_{II}$  的热力学力  $Y$  常称为损伤扩展力或损伤能释放率. 顺便指出, 两个率方程(2)和(7)构成了一组塑性损伤本构方程. 并且, 损伤率方程可改写为<sup>[13~17]</sup>

$$\dot{\psi}_{II} = - \frac{B}{2 \psi_{II}} f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} \tag{8}$$

这里,  $f$  是应力三轴性函数, 它是一无量纲参数. 应力三轴性函数不仅决定于应力状态, 而且相关于损伤的各向异性.  $B$  和  $q$  是材料参数, 且  $B = 2(K^2 C_2)^q / S_0$ , 其中,  $K$ ,  $S_0$  和  $C_2$  也是材料参数.

解方程(8), 可导出

$$\psi_{II} = \left[ 1 - \int_{\bar{\epsilon}_{th}}^{\bar{\epsilon}} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} \right]^{1/(q+1)} \tag{9}$$

这里, 材料参数

$$\eta_0 = \frac{B(q+1)}{2} \tag{10}$$

当材料发生失稳时, 有临界连续性-变形关系

$$\psi_{II_{ins}} = \left[ 1 - \int_{\bar{\epsilon}_{th}}^{\bar{\epsilon}_{ins}} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} \right]^{1/(q+1)} \tag{11}$$

对一般(比例或非比例)加载情况, 由联立方程(5)和(11), 得到积分形式的失稳条件

$$1 - \int_{\bar{\epsilon}_{th}}^{\bar{\epsilon}_{ins}} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} - \left( \frac{\bar{\epsilon}_{th}}{\bar{\epsilon}_{ins}} \right)^{\zeta_1} = 0 \tag{12}$$

注意到, 通过对上式作数值积分可决定失稳时的等效塑性应变  $\bar{\epsilon}_{ins}$ . 对  $m$  步加载, 方程(12)中的积分可写为

$$\int_{\bar{\epsilon}_{th}}^{\bar{\epsilon}_{ins}} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} = \int_{\bar{\epsilon}_{th}}^{\bar{\epsilon}_1} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} + \int_{\bar{\epsilon}_1}^{\bar{\epsilon}_2} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} + \dots + \int_{\bar{\epsilon}_{m-1}}^{\bar{\epsilon}_{ins}} \eta_0 f^q \dot{\bar{\epsilon}}^{2nq} d\bar{\epsilon} \tag{13}$$

#### 1.3 特殊情况

现讨论两种特殊情况: (1)比例加载情况( $\alpha =$ 常数); (2)单轴拉伸情况(近似取  $\alpha =$ 常数).

##### (1) 比例加载情况

由于应力三轴性函数  $f =$  常数, 进一步简化方程式(11), 可得失稳时连续性主值

$$\psi_{II_{ins}} = [ 1 - \eta f^q (\bar{\epsilon}_{ins}^{\zeta_1} - \bar{\epsilon}_{th}^{\zeta_1}) ]^{1/(q+1)} \tag{14}$$

这里, 材料参数

$$\eta = \eta_0 / \zeta, \quad \zeta = 1 + 2nq \tag{15}$$

根据方程式(11)、(12)和(14), 失稳时等效应变值可由下式求出

$$1 - \eta f^q (\bar{\epsilon}_{ins}^{\zeta_1} - \bar{\epsilon}_{th}^{\zeta_1}) - (\bar{\epsilon}_{th} / \bar{\epsilon}_{ins})^{\zeta_1} = 0 \tag{16}$$

式中

$$\zeta_1 = (q + 1)n \quad (17)$$

注意到, 对不同应变路径, 失稳时的  $\psi_{ins}$ 、 $f$ 、 $\bar{\epsilon}_{ins}$  与应变比  $\alpha$  有关。

### (2) 单轴拉伸情况

在单轴拉伸情况下, 取  $\bar{\epsilon}_{th} = \epsilon_1^0$ ,  $\bar{\epsilon}_{ins} = \epsilon_1^{ins}$  和  $f = f_{uni}$ , 方程式 (16) 可改写为

$$1 - \eta_{uni} f_{uni}^q [(\epsilon_1^{ins})^\zeta - (\epsilon_1^0)^\zeta] - (\epsilon_1^0 / \epsilon_1^{ins})^\zeta = 0 \quad (18)$$

并可导出确定材料参数  $\eta_{uni}$  的表达式

$$\eta_{uni} = \frac{1 - (\epsilon_1^0 / \epsilon_1^{ins})^\zeta}{f_{uni}^q [(\epsilon_1^{ins})^\zeta - (\epsilon_1^0)^\zeta]} \quad (19)$$

## 2 应用

为了证实失稳判据 (12) 的有效性, 现选择铝合金薄金属板 (6111T4)。用本文提出的损伤基力学模型与方法, 预估在非比例加载下它的 FLC, 并与 Graf 和 Hosford<sup>[5]</sup> 的实验结果比较。

根据单轴拉伸实验, 铝合金薄金属板 (6111T4) 的杨氏模量为 76 GPa, 泊桑比为 0.33, 塑性硬化指数为 0.26。另外, 损伤起始和材料失稳时的纵向拉伸应变分别为  $\epsilon_1^0 = 0.05$  和  $\epsilon_1^{ins} = 0.35$ 。

### 2.1 单步加载下的 FLC

对单步拉伸加载情况, 失稳时的应变值相关于应变路径。对不同应变路径 (应变比  $\alpha$ ), 失稳应变主值 (这里称为成型极限值),  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$ , 可由下面方程决定

$$\epsilon_1 = \frac{\sqrt{3}}{2(1 + \alpha + \alpha^2)^{1/2}} \bar{\epsilon}_{ins}, \quad \epsilon_2 = \alpha \epsilon_1 \quad (20)$$

式中, 失稳时等效应变值  $\bar{\epsilon}_{ins}$  可由方程 (16) 求出。文献 [5] 给出的铝合金金属板 (6111T4) 成型极限值数据 (无预应变情况) 示于图 1。记号 ▲ 和 ● 分别表示材料的轧制主方向 (RD) 和它的垂直方向的成型极限应变主值。用本文提出的方法得到的计算 FLC (对不同的非线性参数  $q$ ) 也示于图 1。注意到, 选择  $q = 0.1$  计算 FLC 非常逼近实验结果的下限。同时, 可以看到, 计算 FLC 对  $q$  值相当敏感。

另外, 依据文献 [5] 给出的实验数据, 对不同的非线性参数  $q$ , 失稳时的  $\psi_{ins} - \alpha$  估算结果示于图 2。还可以看到,  $\psi_{ins}$  的最大值非常逼近于平面应变 ( $\alpha = 0$ ) 情况。

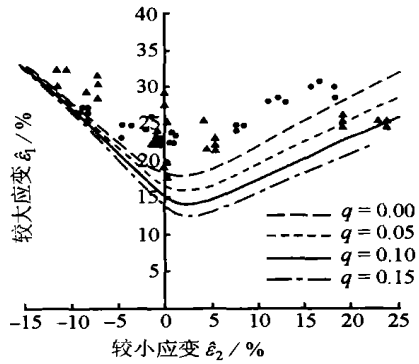


图 1 对单步拉伸加载情况, 估算的 FLC 和文献 [5] 给出的实验数据

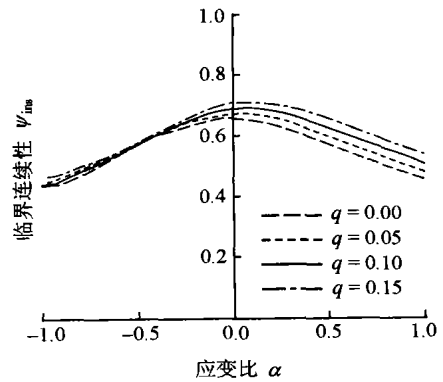


图 2 对不同的非线性参数  $q$ , 失稳时的  $\psi_{ins} - \alpha$  估算结果

### 2.2 多步加载下的 FLC

多步加载下薄金属板的变形-失稳过程可分为三个阶段, 包括加载、卸载和再加载:

- (1) 薄板首先被加载到预定的程度, 得到一定的材料损伤;
- (2) 随后卸载, 薄板保持第一阶段得到的残余应变 (预应变) 和损伤程度;
- (3) 薄板再加载, 使损伤程度加剧直致失稳。

因此, 由方程 (11) 和 (13), 可写出多步加载下的预估失稳时连续性主值  $\psi_{ins}$  的计算公式如下

$$\beta \psi_{ins} = \left[ 1 - \int_{\epsilon_{th}}^{\epsilon_{pre}} \eta_0 f^q \bar{\epsilon}^{2nq} d\bar{\epsilon} - \int_{\epsilon_{pre}}^{\epsilon_{ins}} \eta_0 f^q \bar{\epsilon}^{-2nq} d\bar{\epsilon} - \int_0^{\epsilon_{ins}} \eta_0 f^q \bar{\epsilon}^{-2nq} d\bar{\epsilon} \right]^{1/(q+1)} \quad (21)$$

式中, 引入的系数  $\beta$  反应了不同预应变程度以及它的应变比的影响。  $\bar{\epsilon}^{pre}$  是第一阶段得到的预应变值。

近似设第一阶段的应变路径是正比例的, 即  $\eta_0$

和  $f$  保持不变. 注意, 方程(21)的右边的第二个积分为零; 且有预应变后的连续性主值

$$\psi_{pre} = \left[ 1 - \int_{\bar{\epsilon}_{th}}^{\bar{\epsilon}_{pre}} \eta_0 f^q \bar{\epsilon}^{-2nq} d\bar{\epsilon} \right]^{1/(kq+1)} \quad (22)$$

于是, 由方程(21)得到

$$\beta^{q+1} \psi_{ins}^{q+1} = \psi_{pre}^{q+1} - \eta f^q \bar{\epsilon}_{ins}^{\zeta} \quad (23)$$

式中,  $\psi_{ins}$  可由不考虑预应变的式(14)决定. 由方程

(22)可计算  $\psi_{pre}$

$$\psi_{pre} = \left[ 1 - \eta f^q (\bar{\epsilon}_{pre}^{\zeta} - \bar{\epsilon}_{th}^{\zeta}) \right]^{1/(kq+1)} \quad (24)$$

最后, 由方程(23)导出第三阶段的直至失稳的等效应变值

$$\bar{\epsilon}_{ins}^{post} = \left( \frac{\psi_{pre}^{q+1} - \beta^{q+1} \psi_{ins}^{q+1}}{\eta f^q} \right)^{1/\zeta} \quad (25)$$

同时, 得到预估(具有预应变的)薄金属板的 FLC 的表达式

$$\begin{cases} \hat{\epsilon}_1 = \epsilon_1^{pre} + \frac{\sqrt{3}}{2(1 + \alpha + \alpha^2)^{1/2}} \bar{\epsilon}_{ins}^{post} \\ \hat{\epsilon}_2 = \epsilon_2^{pre} + \frac{\sqrt{3}\alpha}{2(1 + \alpha + \alpha^2)^{1/2}} \bar{\epsilon}_{ins}^{post} \end{cases} \quad (26)$$

这里,  $\epsilon_1^{pre}$  和  $\epsilon_2^{pre}$  是预应变的主分量值.

作为实例, 现在讨论预估(具有预应变的)铝合金薄金属板(6111T4)的 FLC 的三种特殊情况, 即等双轴拉伸、单轴拉伸和平面应变.

(1) 等双轴拉伸预应变情况

对等双轴拉伸预应变 ( $\epsilon_1^{pre} = \epsilon_2^{pre} = 0.13$ ), 第三阶段应变  $\bar{\epsilon}_{ins}^{post}$  取为垂直于板的(RD)方向, 且  $\beta = 0.95, 1.01, 0.05, 1.1$ , 由方程(25)和(26)得到的预估 FLC 示于图 3. 文献[5]给出的实验结果也示于图 3. 显然, 取  $\beta = 1.1$  得到的预估 FLC 与实验数据符合最好.

图 4 表示不同预应变程度 ( $\epsilon_1^{pre} = \epsilon_2^{pre} = 0.03, 0.085, 0.13$  和  $0.17$ )对预估 FLC 的影响.

(2) 单轴拉伸预应变情况

对受单轴拉伸预应变板, 取第一和第三阶段的预应变  $\epsilon_1^{pre}$  和  $\epsilon_2^{pre}$  都垂直于板的(RD)方向, 且取  $\epsilon_1^{pre} = 0.095$  和  $\epsilon_2^{pre} = -0.029$ .

在这种情况下, 预估 FLC 和文献[5]给出的实验结果都示于图 5. 可见,  $\beta = 1.05$  是最佳选择. 不同的预应变 ( $\epsilon_1^{pre}, \epsilon_2^{pre} = 0.05, -0.015; 0.095, -0.029; 0.014, -0.042$  和  $0.18, -0.054$ )对 FLC 的影响示于图 6.

(3) 平面应变预应变情况

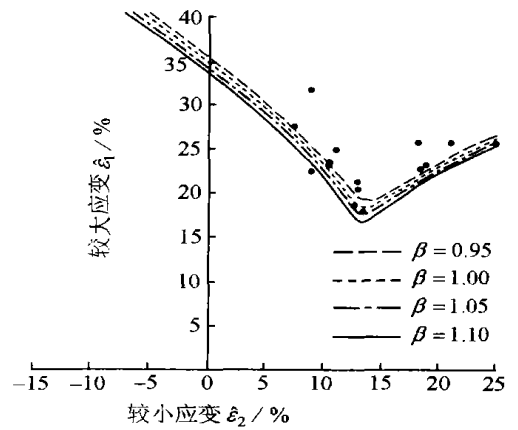


图 3 对等双轴拉伸预应变情况 ( $\epsilon_1^{pre}, \epsilon_2^{pre} = 0.13$ ), 估算的 FLC 和文献[5]给出的实验数据

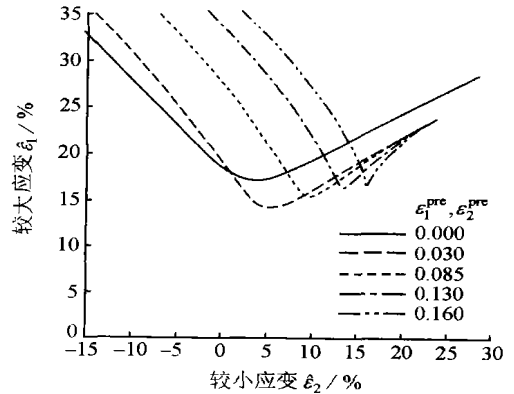


图 4 对等双轴拉伸预应变情况, 不同预应变程度对预估的 FLC 的影响( $\beta = 1.1$ )

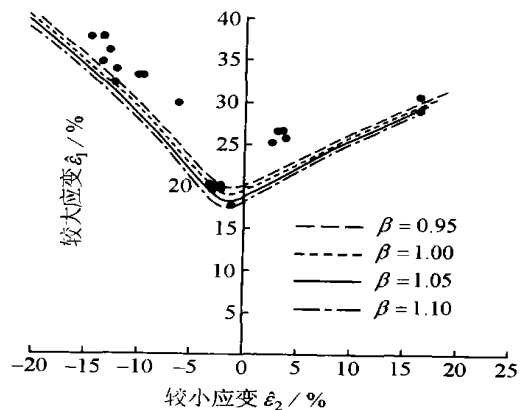


图 5 对单轴拉伸预应变情况 ( $\epsilon_1^{pre} = 0.095, \epsilon_2^{pre} = -0.019$ ), 估算的 FLC 和文献[5]给出的实验数据

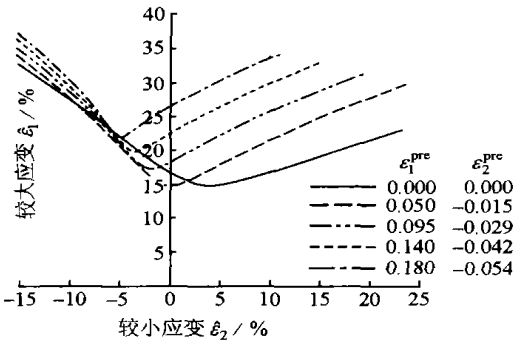


图 6 对单轴拉伸预应变情况, 不同预应变程度对预估 FLC 的影响( $\beta=1.05$ )

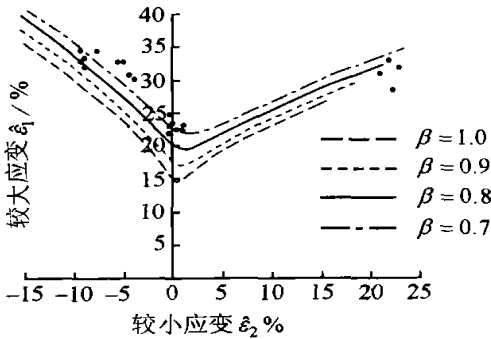


图 7 对平面应变预应变情况( $\epsilon_1^{pre}=0.11$ ,  $\epsilon_2^{pre}=0$ ), 估算的 FLC 和文献 [5] 给出的实验数据

在平面应变预应变情况下, 取  $\epsilon_1^{pre}=0.011$  和  $\epsilon_2^{pre}=0$ , FLC 的预估结果连同文献[5] 给出的实验结果都示于图 7. 图 7 还说明了 FLC 对  $\beta$  值(取为 1.0、0.9、0.8 和 0.7)的敏感性.

### 3 结论

(1) 本文导出了可用于预估在非比例加载下薄金属板成型极限曲线 (FLC) 的损伤演变方程和考虑损伤的塑性失稳判据. 这种力学模型考虑了材料损伤和应力三轴性.

(2) 借助本文提出的理论判据和方法, 并合理和适当地选择有关参数, 我们预估的在非比例加载下薄金属板的理论成型极限曲线与 Graf 和 Hosford<sup>[5]</sup> 的实验结果有很好的一致.

### 参 考 文 献

- 1 Obermeyer E J, Majlessi S A. A review of recent advances in the application of blank-holder force towards improving the forming limits of sheet metal parts. *J of Materials Processing Technology*, 1998, 75: 222~234
- 2 Keeler S P, Backofen W A. Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches. *Trans Am Soc Met*, 1963, 56: 25~48
- 3 Marciniak Z, Kuczynski K. Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal. *Int J Mech Sci*, 1967, 9: 609~620
- 4 Graf A, Hosford W. Effect of changing strain paths on forming limit diagrams of Al 2008-T4. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1993, 24A: 2503~2512
- 5 Graf A, Hosford W. The influence of changing strain-path changes on forming limit diagrams of Al 6111-T4. *Int J Mech Sci*, 1994, 36: 897~910
- 6 McClintock F A. A criterion for ductile fracture by the growth of holes. *J Appl Mech*, 1968, 35: 363~368
- 7 Rice J R, Tracey D M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *J Mech Phys Solids*, 1969, 17: 201~217
- 8 Ghosh A K. A criterion for ductile fracture in sheets under biaxial loading. *Metallurgical Transactions A*, 1976, 7A: 523~533
- 9 Schmitt J H, Jalinier J M. Damage in sheet metal forming I : Physical behavior and -II: Plastic instability. *Acta Metall*, 1982, 30: 1789~1808
- 10 Lemaitre J. How to use damage mechanics. *Nucl Eng Des*, 1984, 80: 233~246
- 11 Lee H, Peng K, Wang J. An anisotropic damage criterion for deformation instability and its application to forming limit analysis of metal plates. *Eng Fracture Mech*, 1985, 21: 1031~1054
- 12 Tang C Y, Shen W, Lee T C. Fracture limit prediction of aluminum alloy sheet by damage mechanics approach. *Proc the 4th Int. Conference of Advances in Materials Processing and Technologies*, 1998, 2: 638~644
- 13 Tang C Y, Shen W, Lee T C, Fung L C. Development of an anisotropic elasto-plastic damage model for fracture limit prediction. *Proc of the Eighth International Manufacturing Conference*, 1998, 55~60
- 14 Tang C Y, Chow C L, Shen W, Tai W H. Development of a damage-based criterion for ductile fracture prediction in sheet metal forming. *J of Materials Processing Technology*, 1999, 91: 270~277
- 15 Tang C Y, Shen W, Lee T C. A damage-based criterion for

- fracture prediction in metal forming process; A case study in Al 2024 T3 sheet. *J of Materials Processing Technology*, 1999, 89~90, 79~83
- 16 Tang C Y, Shen W, Fung L C, Lee T C. Second-order continuity tensor and stiffness degradation of aluminum alloy 2024T3 under large strain at room temperature. *Int J Mech Sci*, 2000, 42, 87~105
- 17 Tang C Y, Shen W, Chan K C, Lee T C. A damage model for fracture prediction of superplastic aluminium composite sheet. *J of Materials Processing Technology*, 2002, 121, 301~307
- 18 Lemaitre J. *A course on damage mechanics*. Springer, Berlin, 1992

## A DAMAGE BASED MECHANICS MODEL PREDICTING FORMING LIMIT OF SHEET METAL UNDER NON-PROPORTIONAL LOADING

Shen Wei Peng Lihua

(*Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074*)

Tang Chakyin

(*Department of Manufacturing Engineering, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong*)

**Abstract** The influence of strain path on plastic instability of sheet metal is investigated by the damage based mechanics model, which takes the effects of damage into account. Based on the model, a plastic instability criterion due to material damage has been established, in the equivalent strain space, in order to predict the forming limit curve (FLC) under the conditions of both the proportional and the non-proportional loading process. The FLC results of the present model are agreement with the experimental data by Graf and Hosford.

**Key words** forming limit, material damage, instability condition, non-proportional loading