

增量型各向异性损伤理论与数值分析^{*}

樊建平 邓泽贤

(香港理工大学工业及系统工程学系, 香港)

摘要 考虑到目前各向异性损伤理论存在一些不足, 该文在增量型各向异性损伤理论的框架下, 引入二阶对称张量, 构造四阶对称有效损伤张量, 建立了有效应力方程. 类似于塑性流动分析方法, 定义了增量弹性应力-应变关系. 利用 von Mises 塑性屈服准则, 并考虑各向异性损伤效应, 推导出四阶对称的弹-塑性变形损伤刚度张量, 其对称性反映了材料的固有特性. 根据物体的变形和现时损伤状态, 构造了材料损伤演化方程. 方程中各项具有明确的物理意义. 通过对 Al2024-T3 金属薄板单向拉伸的有限元分析, 确定了损伤演化参数, 验证了损伤演化方程的正确性. 此外还对含孔口薄板做有限元模拟, 讨论了反力-位移曲线的变化规律以及它所揭示变形性质, 给出了损伤场的分布规律.

关键词 各向异性损伤, 弹-塑性变形, 损伤演化, 刚度张量, 有限元模拟

0 引言

在冶金生产过程中, 由于提纯方面存在一定的难度, 金属基体材料中分散着二相颗粒—金属化合物. 在一定的外部因素(包括力、温度、辐射等)作用下, 二相颗粒破裂而形成大量的微空洞, 当外界作用增加时, 则塑性流动增加, 微空洞长大, 贯通而形成宏观裂纹, 材料逐步劣化直至最后破坏. 连续介质损伤力学视这些离散的缺陷均匀分布, 在此简化假设下采用连续介质力学理论, 同时引入一个或几个连续的内部场变量用以描述材料的劣化程度, 研究材料的变形、破坏规律. Lemaître 用标量函数描述损伤变量^[1,2], 借助材料刚度的退化来定义损伤量值的大小. 实际上损伤依赖于材料的初始状态、应力或应变场. 标量形式损伤定义不足以反映材料劣化的实质. Chow 和 Wang 采用二阶张量损伤变量^[3,4], 借助于有效承载面积的减小来描述损伤. 一点的截面积具有方向性, 不同方向上的损伤程度不同, 须用张量来表征.

损伤力学理论用于解决问题的一个有效途径是和有限元分析方法相结合, 其中损伤演化规律和增量型刚度矩阵的描述尤为重要. Lemaître 定义的损伤演化方程具有明显的物理意义, 损伤的演化和塑性应变成正比, 而应力三轴性因子则做为损伤继续扩

展的控制量^[2]. 由 Lemaître 损伤理论导出的材料刚度矩阵是对称的, 易于在有限元数值计算中运用^[1]. 而采用 Chow 和 Wang 的损伤理论, 由于张量损伤的复杂性, 其损伤演化规律的物理含义不够明显, 且由它导出的刚度矩阵为非对称^[4], 有悖于材料性能的客观规律. Jong 等在其文章中已发现此问题^[5,6], 他将损伤增量部分归入不平衡力, 从形式上得到对称刚度矩阵, 但损伤项对刚度直接的影响被忽略了. 因此对各向异性损伤理论, 有必要做深入的研究.

本文作者曾采用 Lemaître 损伤演化理论的基本思想^[2], 构造各向异性损伤演化规律, 并用于金属板材成形问题的研究^[7,8], 但仅限于比例加载情况. 本文在增量型各向异性损伤理论框架下, 利用有效损伤张量建立增量有效应力方程, 构造损伤演化规律, 导出了对称的弹塑性变形损伤刚度张量, 并将它写入大型通用有限元程序 ABAQUS 的用户子程序 UMAT. 通过对 Al2024-T3 金属薄板单向拉伸的计算模拟并和实验结果比较, 验证了理论的正确性. 本文还对含孔口的薄板做数值模拟, 给出了三个主损伤场的分布规律.

1 有效应力

选择损伤变量为二阶对称张量, 即 $D_{ij} = D_{ji}$, 则

* 香港研究资助局(PolyU5176/00E)资助.

2003-03-28 收到第1稿, 2004-02-13 收到修改稿.

连续性张量 ψ_{ij} 为

$$\psi_{ij} \equiv \delta_{ij} - D_{ij} \quad (1)$$

其中 δ_{ij} 是 Kronecker delta. 则连续性张量 ψ_{ij} 的逆张量 φ_{ij} 为

$$\begin{cases} \varphi_{ik} \psi_{kj} = \psi_{kj} \varphi_{ik} = \delta_{ij} \\ \varphi_{ij} \equiv \psi_{ij}^{-1} = (\delta_{ij} - D_{ij})^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

取损伤 D_{ij} 对 ψ_{mn} 和 φ_{mn} 的偏导数

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_{mn}}{\partial D_{ij}} = -\delta_{im} \delta_{jn} \\ \frac{\partial \varphi_{mn}}{\partial D_{ij}} = \frac{\partial \psi_{mn}^{-1}}{\partial D_{ij}} = \varphi_{mi} \varphi_{nj} \end{cases} \quad (3)$$

构造损伤影响张量

$$M_{ijmn} = \frac{1}{2}(\varphi_{im} \delta_{jn} + \varphi_{in} \delta_{jm}) \quad (4)$$

很明显 M_{ijmn} 也是一四阶对称张量, 它满足如下关系

$$M_{ijmn} = M_{jimn} = M_{ijnm} = M_{nmij} \quad (5)$$

不同于 Chow 和 Wang 的定义^[3], 本文定义增量型有效应力方程如下

$$\begin{cases} d\sigma_{ij} = M_{ijkl} d\sigma_{kl} \\ d\sigma_{kk} = \frac{1}{2}(\varphi_{kl} + \varphi_{lk}) d\sigma_{kl} \end{cases} \quad (6)$$

此关系也可表示为

$$\frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial \sigma_{ij}} = M_{mnij} \quad (7)$$

有效偏增量应力为

$$ds_{mn} \equiv d\sigma_{mn} - \delta_{mn} d\sigma_{kk} \beta = M_{mnij} d\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{mn} \varphi_{kl} d\sigma_{kl} \quad (8)$$

这里须注意, 和方程 (6) 不同, 有效偏应力方程不成立, 即 $ds_{mn} \neq M_{mnij} ds_{ij}$, 但 $ds_{kk} = 0$ 是成立的.

2 弹性变形与损伤

考虑各向异性损伤, 弹性余能定义为

$$\rho\varphi_e \equiv \frac{1+\nu}{2E} \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{2E} \sigma_{ii} \sigma_{jj} \quad (9)$$

类似于塑性流动分析^[4], 定义弹性应变增量为

$$d\epsilon_{mn}^e \equiv d\lambda_e \frac{\partial \varphi_e}{\partial \sigma_{mn}} \quad (10)$$

这里, 令 $F_e = \rho\varphi_e$, 则式(10)化为增量弹性应变-应力关系

$$d\epsilon_{mn}^e = d\lambda_e M_{mnij} \left[\frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right] = d\lambda_e M_{mnij} \left[\frac{1+\nu}{E} \delta_{ik} \delta_{jl} \sigma_{kl} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl} \sigma_{kl} \right] = d\lambda_e M_{mnij} C_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (11)$$

其中 $C_{ijkl} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl}$ 是弹性刚度矩阵, 可见材料初始为各向同性的. 在弹性变形范围内, 令 $d\sigma_{ij} = d\lambda_e \sigma_{ij}$, 则

$$d\epsilon_{mn}^e = M_{mnij} C_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad (12)$$

同时, 定义有效弹性应变为

$$d\epsilon_{mn}^e \equiv d\lambda_e \frac{\partial F_e}{\partial \sigma_{mn}} = d\lambda_e \rho \frac{\partial \varphi_e}{\partial \sigma_{mn}} = d\lambda_e C_{mnij} \sigma_{ij} = C_{mnij} d\sigma_{ij} \quad (13)$$

在有效应力-应变空间, 积分上式可得

$$\epsilon_{mn}^e = C_{mnij} \sigma_{ij} \quad (14)$$

这和 Chow 和 Wang^[3, 4] 的结果相同. 利用式 (12) 和 (13), 可得到弹性应变和有效弹性应变之间的关系如下

$$\begin{cases} d\epsilon_{mn}^e = M_{mnij} d\epsilon_{ij}^e & \text{或} \\ d\epsilon_{ij}^e = M_{ijmn}^{-1} d\epsilon_{mn}^e \end{cases} \quad (15)$$

定义有效偏弹性应变增量为

$$de_{mn}^e = d\epsilon_{mn}^e - \delta_{mn} d\epsilon_{kk}^e \beta \quad (16)$$

类似于有效偏应力增量, 有效弹性偏应变方程不成立, 即 $de_{mn}^e \neq M_{mnij} de_{ij}^e$. 但 $de_{kk}^e = 0$ 是成立的. 由式 (8)、(13) 和 (15), 可得到有效偏应力-应变之间的关系

$$de_{mn}^e = d\lambda_e \frac{1+\nu}{E} s_{mn} = \frac{1}{2G} ds_{mn} \quad (17)$$

积分上式, 则

$$e_{mn}^e = \frac{1+\nu}{E} s_{mn} = \frac{1}{2G} s_{mn} \quad (18)$$

方程式 (14) 和 (18) 显示, 在有效应力-应变空间, 存在着简单的弹性关系. 利用式 (6) 和 (15), 有

$$\begin{cases} d\sigma_{mn} d\epsilon_{mn}^e = d\sigma_{mn} M_{mnij} d\epsilon_{ij}^e \\ d\sigma_{mn} d\epsilon_{mn}^e = M_{mnij} d\sigma_{ij} d\epsilon_{mn}^e \end{cases} \quad (19)$$

很明显, 应变能等效是以增量的形式体现的

$$dU(d\sigma_{mn}, D_{mn}) = \frac{1}{2} d\sigma_{mn} d\epsilon_{mn}^e =$$

$$dU(d\sigma_{mn}, 0) = \frac{1}{2} d\sigma_{mn} d\epsilon_{mn}^e \quad (20)$$

这与 Chow 和 Wang^[3] 的应变能等效形式有所不同。损伤能量释放率定义为

$$Y_{mn} \equiv \rho \frac{\partial \varphi_e}{\partial D_{mn}} = -\frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} \varphi_{im} \sigma_{nj} + \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \varphi_{jm} \sigma_{ij} \quad (21)$$

它也是二阶张量, 并和 Chow 和 Wang^[4] 的结果一样。

3 塑性变形与损伤

含各向异性损伤的 von Mises 屈服准则为^[4]

$$F_P(\sigma, R) = \sigma_p - \{R_0 + R(p)\} \quad (22)$$

其中 R_0 初始应变硬化门坎值, $R(p)$ 是增量应变硬化门坎值, p 为等效塑性应变, 其表达式为: $p = \int \left[\frac{2}{3} \epsilon_{ij}^p \epsilon_{ij}^p \right]^{1/2} dt$, $R(p)$ 可根据具体情况取不同的形式, 一个特殊的例子为 $R(p) = K \frac{p^n}{1-D}$. 采用有限元数值分析时, 可直接输入单轴拉伸的实验的数据点, 而不需要解析表达式. 有效 von Mises 应力为 $\sigma_p = \left\{ \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right\}^{1/2}$. 由塑性流动准则确定塑性应变增量

$$d\epsilon_{mn}^p \equiv d\lambda_p \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{mn}} = d\lambda_p \frac{\partial \sigma_p}{\partial \sigma_{mn}} = d\lambda_p \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_p} \frac{\partial S_{ij}}{\partial \sigma_{mn}} = M_{mnij} d\lambda_p \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_p} \quad (23)$$

另一方面, 定义有效塑性应变增量为

$$d\epsilon_{mn}^p \equiv d\lambda_p \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{mn}} = d\lambda_p \frac{\partial \sigma_p}{\partial \sigma_{mn}} = d\lambda_p \frac{3}{2} \frac{S_{mn}}{\sigma_p} \quad (24)$$

由式(23)和(24)可分别得到 $d\epsilon_{mn}^p \equiv M_{mnij} d\lambda_p \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_p}$

$\varphi_{ij} d\lambda_p \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_p} \neq 0$ 和 $d\epsilon_{mn}^p = d\lambda_p \frac{3}{2} \frac{S_{mn}}{\sigma_p} = 0$. 说明在有效塑性应变空间, 无体积改变, 而在真实塑性应变空间, 却是有体积改变的. 两应变张量之间的关系为

$$\begin{cases} d\epsilon_{mn}^p = M_{mnij} d\epsilon_{ij}^p & \text{或} \\ d\epsilon_{ij}^p = M_{ijmn}^{-1} d\epsilon_{mn}^p \end{cases} \quad (25)$$

弹性应变式(15)和塑性应变式(25)具有相同的关系式. 联立一致性条件

$$\frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{mn}} d\sigma_{mn} + \frac{\partial F_P}{\partial R} \frac{dR}{dp} dp = 0 \quad (26)$$

和方程式(13)、(25), 得到有效塑性应变增量

$$d\epsilon_{mn}^p \equiv d\lambda_p \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{mn}} = \frac{1}{A} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{kl}} C_{mnij}^{-1} d\epsilon_{ij} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{mn}} \quad (27)$$

其中 $A = \frac{dR}{dp} + \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnij}^{-1} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{ij}}$ 是标量. 在有效空间中, 增量应力-应变关系为

$$\begin{aligned} d\sigma_{mn} &= C_{mnij}^{-1} (d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij}^p) = \\ &C_{mnij}^{-1} d\epsilon_{ij} - C_{mnij}^{-1} \frac{1}{A} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{kl}} C_{klpq}^{-1} d\epsilon_p \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{ij}} = \\ &C_{mnij}^{-1} d\epsilon_{ij} - \frac{1}{A} C_{mnpq}^{-1} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{kl}} C_{klpq}^{-1} d\epsilon_{ij} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{pq}} = \\ &\left[C_{mnij}^{-1} - \frac{1}{A} C_{mnpq}^{-1} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{kl}} C_{klpq}^{-1} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{pq}} \right] d\epsilon_{ij} = \\ &E_{mnij} d\epsilon_{ij} \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $E_{mnij} = C_{mnij}^{-1} - \frac{1}{A} C_{mnpq}^{-1} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{kl}} C_{klpq}^{-1} \frac{\partial F_P}{\partial \sigma_{pq}}$ 为有效刚度张量, 它是对称的. 继而利用式(6)、(15)和(25), 即得到应力-应变关系为

$$d\sigma_{ij} = M_{ijk}^{-1} E_{klrs} M_{rsmn}^{-1} d\epsilon_{mn} = E_{ijmn} d\epsilon_{mn} \quad (29)$$

其中 $E_{ijmn} = M_{ijk}^{-1} E_{klrs} M_{rsmn}^{-1}$ 是四阶对称刚度张量, 它将被写入用户子程序, 应用到有限元分析中。

4 损伤演化方程

考虑最简单的情况, 认为损伤势 F_d 为损伤能量释放率 Y 的线性函数, 它有如下的形式

$$F_d = V; Y \quad (30)$$

这里, V 用来体现各向异性损伤演化. 根据 Chow 和

Wang 的分析^[4], V 应与主应变方向有关. 因此, 这里假设各向同性损伤演化正比于现时损伤的静水分量部分和体积应变, 而假设各向异性损伤演化正比于应变主方向上的现时损伤幅值和应变主值本身. 基于此假设, 损伤演化方程可表示为

$$\dot{D} = \dot{\lambda}_p \frac{\partial F_d}{\partial Y} = \dot{V} \quad (31)$$

和

$$V = C_1 (1 - \alpha_1 D_m) \epsilon_m I + C_2 \sum_{i=1}^3 (1 - \alpha_2 D_i^v) \epsilon_i^v (\nu_i \otimes \nu_i) \quad (32)$$

其中, $D_m = (D_{11} + D_{22} + D_{33})/3$, $\epsilon_m = (\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})/3$, ν_i 是应变主方向上的单位矢量, $D_i^v = \nu_i \cdot D \cdot \nu_i$ (不对 i 约定求和), ϵ_i^v 为主应变, 且满足 $\sqrt{\epsilon_1^v \epsilon_1^v + \epsilon_2^v \epsilon_2^v + \epsilon_3^v \epsilon_3^v} = 1$, $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2$ 是材料参数.

5 薄板单向拉伸与损伤系数确定

为了验证上述损伤理论的正确性, 本文采用 Al2024-T3 金属薄板, 该材料广泛应用于航空航天工业中, 其化学成分由表 1 给出.

表 1 材料的化学成分 /wt%

锌	硅	锰	镁	钛	铁	铜	铬
0.25	0.50	0.3~0.9	1.2~1.8	0.15	0.50	3.8~4.9	0.10

表 2 给出材料单向拉伸的机械性质, 其真实应力-应变关系可近似表示为: $\sigma = E\epsilon$, $\sigma \leq \sigma_s$; $\sigma = A\epsilon^n$, $\sigma > \sigma_s$.

表 2 材料的拉伸性质

扬氏模量	泊桑系数	A 值	硬化指数	屈服应力
70 GPa	0.34	660 MPa	0.13	350 MPa

图 1 是 Al2024-T3 细观结构图, 在铝质基体中有大量的金属化合物, 它们是由一些化学元素聚集而成的, 如 $CuMgAl_2$, Cu_2MnAl_{20} , 和 Cu_2FeAl_7 , 测得其平均尺寸约为 $40 \mu m$, 一般来说, 对金属材料做损伤力学分析时, 选取代表性体积单元的特征长度为 $0.1 mm$, 它仅是宏观结构上的一个点, 故可对宏观

结构采用连续介质损伤力学做分析; 但从细观的角度看, 此代表性体积单元应包含足够多的微缺陷, 以反映材料的统计平均量. 当夹杂特征尺寸小于 $40 \mu m$, 其统计平均的效果更好, 若等于或大于 $1 mm$ 则应考虑采用断裂力学研究方法了. 当外载荷达到某一指定值时, 此脆性夹杂破裂并形成微孔洞, 进一步增加塑性应变, 微孔洞长大、贯通形成宏观裂纹, 最后导致材料破坏.

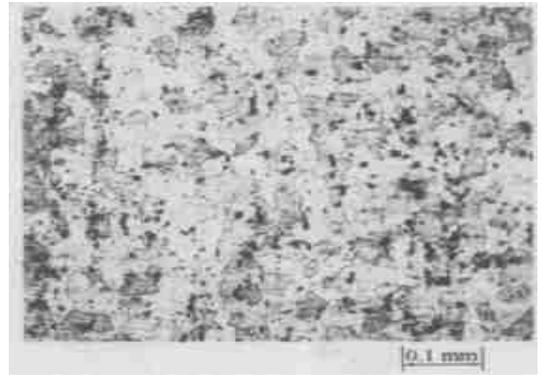


图 1 Al2024-T3 金属薄板
(黑色颗粒是金属化合物)

采用与实验相同的材料性质和几何参数做有限元数值模拟, 全偶合的弹塑性损伤本构关系通过编写用户子程序的方式联入大型商用有限元程序 ABAQUS 模拟 Al2024-T3 单向拉伸变形过程. 由于对称性, 仅取 $1/4$ 结构, 边界条件、加载条件以及有限元网格由图 2 表示. 计算过程大致表述如下:

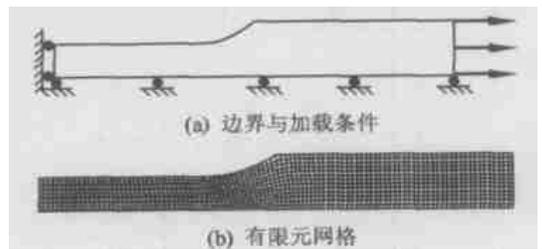


图 2 用于有限元模拟的拉伸试样

- (1) 预测节点位移
 - (2) 根据预测增量结果, 更新单元积分点状态
 - (3) 检测增量步结束时矩平衡和能量平衡是否满足
 - (4) 采用 Newton-Raphson 方法更新预测节点位移增量
 - (5) 反复迭代直到得到满意的收敛结果
- 在方程式(32)中, 等式右边第一项是和各向同

性损伤演化相关的. 即当 $C_1 \neq 0$ 且 $C_2 = 0$ 时, 材料内部仅产生各向同性损伤, 而当 $C_1 = 0$ 且 $C_2 \neq 0$ 时, 材料内部将产生各向异性损伤. C_1 和 C_2 的比值反映了现时状态下各向同性和各向异性损伤对下一步损伤演化的影响. 而系数 α_1 和 α_2 仅是对现时各向同性和各向异性损伤的一个放大系数, 其作用是为了使本公式能够适应于不同的材料. 损伤参数 C_1, C_2, α_1 和 α_2 由损伤实验数据点确定. 调节损伤参数, 得到不同的演化曲线, 选择一条合适的曲线, 所确定的损伤参数为 $C_1 = 7.5, C_2 = 8.0, \alpha_1 = 6.0$ 和 $\alpha_2 = 9.0$. 得到的损伤演化曲线如图 3 所示. 对于

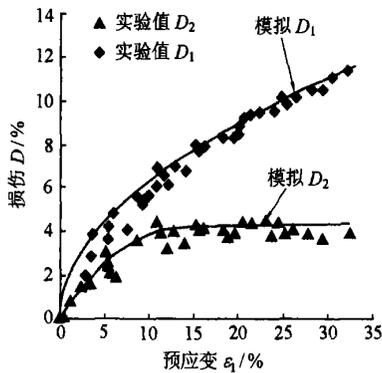


图 3 薄板单向拉伸的损伤值(数值模拟与实验比较, 实验值取自 Chow 和 Wang^[3])

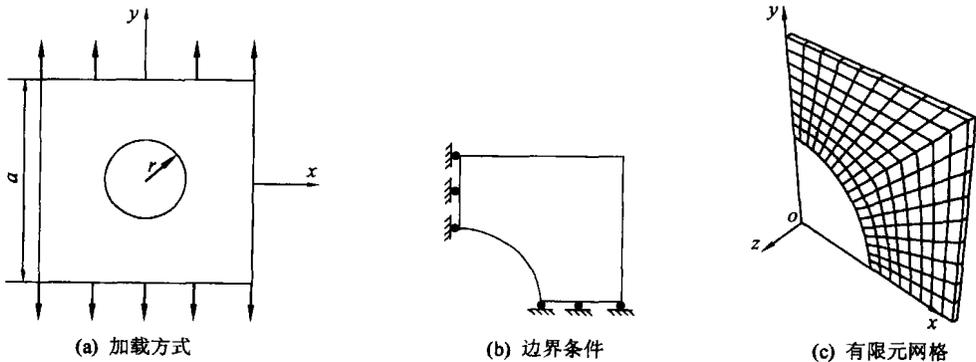


图 4 含中心圆孔方板拉伸试样

图 5 显示反力—位移曲线, 即反力随板的伸长量的变化规律. 有损伤和无损伤影响的数值结果绘入同一图中, 以显示损伤效应. 在开始阶段, 反力增加非常迅速, 但当它达到其极值点时, 方向逆转而进入下降阶段, 这种现象表明, 材料开始产生局部颈缩. 在颈缩区

其它材料, 如羟磷灰石颗粒增强-聚丙烯交酯基复合材料(HAp/PLLA), 只要由单向拉伸确定简单机械常数并由数值模拟确定损伤参数, 既可用本文的损伤理论进行数值分析. 图 3 的实验结果取自 Chow 和 Wang 的文献[3], 其实验过程为: 对哑铃形试样实行单向加载-卸载循环, 由于损伤的不可逆性, 材料性能逐步劣化, 以材料常数的降低反映此劣化的规律. $D_1 = 1 - (E/E_0)^{1/2}, D_2 = 1 - (1 - D_1)^{\nu} t/t_0$, 其中 E 和 ν 是受损杨氏模量和泊桑系数.

6 含孔口薄板弹塑性损伤分析

在结构分析中大应变问题较难处理, 这是因为它是一种严重的非线性行为. 对于一般结构的弹-塑性变形分析, 应变可控制在 2% ~ 3% 以下, 属小应变问题. 但对于诸如颈缩、金属成形和后屈曲等特殊变形, 其应变可达到 30% ~ 50%, 对应的变形也为大变形, 须采用几何非线性计算. 损伤分析须在几何非线性结构中得以体现. 本文以方形薄板含中心圆孔为研究对象, 考虑局部出现颈缩时, 研究其弹-塑性变形、各向异性损伤力学行为. 加载条件、边界条件和有限元网格如图 4 所示, 几何尺寸为 $a = 720$ mm, $r = 180$ mm, 板厚 $\delta = 1$ mm, 最大拉伸位移 $\Delta = 40$ mm, 由于对称性, 仅取 1/4 为研究对象.

截面的收缩率超过了材料硬化所引起的刚度增加率, 因此切线刚度为负, 这种非稳定软化性能将引发材料继续局部颈缩和弹-塑性卸载. 尽管有损和无损曲线显示出相同的变化趋势, 但进入最大值的时间不同, 之后有 20% 的差距, 损伤降低了材料的整体刚度.

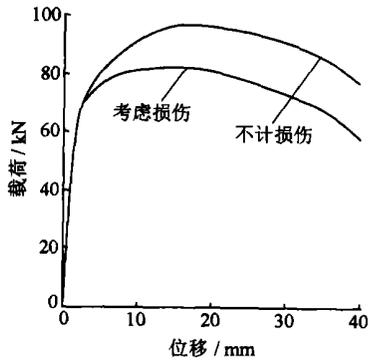


图5 反力-位移曲线

图6给出3个损伤场的分布图, D_1 、 D_2 、 D_3 分别为 x 、 y 、 z 三个方向损伤值. 由图可见, 损伤仅产生于右下角局部区域, 是由于此处产生大的塑性流动. D_1 的最大值出现在孔口, 此处的应力集中系数和塑性流动最大; D_2 的损伤值最大, 是因为沿着加载方向, 有较大的变形量. 由图可见, 最大损伤值已从孔口扩展到边缘; D_3 的大小反映了薄板厚度方向的收缩流动, 由图可见, 厚度方向的损伤大过侧面收缩 (y 方向) 的损伤, 揭示了板材局部变薄在颈缩变形中起十分重要的作用, 采用二维分析会忽略这一点.

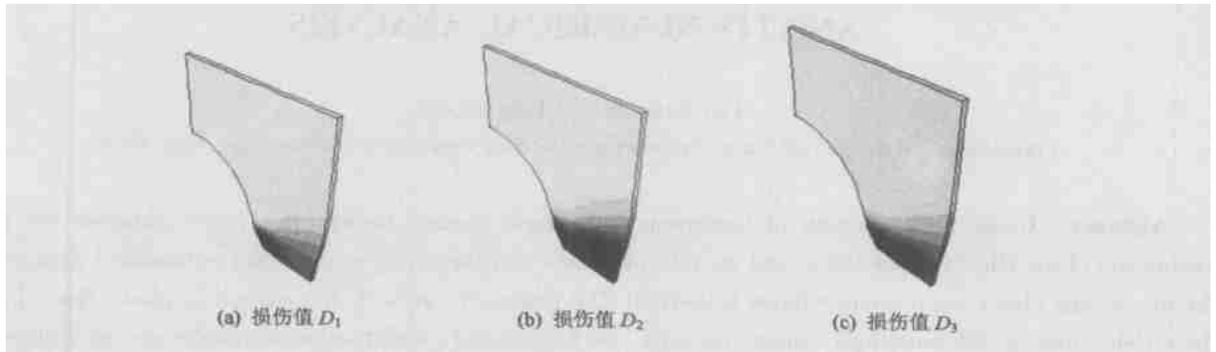


图6 方板中损伤云图

7 结论

采用各向同性单变量损伤描述材料性能劣化时, 由于无法体现不同方向上材料的受损程度, 其应用有一定的局限性. 而采用各向异性损伤时, 研究的复杂性和困难程度大大增加, 一方面使得损伤变量的物理意义不明显, 难以辨识损伤变量所直接揭示材料的变形特征; 另一方面由各向异性损伤理论所推导出弹塑性损伤刚度矩阵不对称, 它将直接影响到应力或应变的对称性, 这有悖于材料变形的固有特征. 考虑上述因素, 本文在增量型各向异性损伤理论框架下, 同时参考前人的研究方法, 进行理论推演, 导出弹塑性损伤本构关系, 得到了对称的刚度张量. 提出了各向异性损伤演化规律, 其各项具有明显的物理意义. 将此弹塑性损伤本构通过用户子程序的方式写入通用有限元分析程序. 对单向拉伸试样和含空口薄板做了数值模拟, 验证了本构方程和损伤演化的有效性. 本文对弹塑性变形各向异性损伤理论的主要贡献是:

- (1) 构造了增量型有效应力方程.
- (2) 定义了增量弹性应变-应力关系.
- (3) 导出了四阶对称的弹-塑性变形损伤刚度张量.
- (4) 提出了具有明确物理意义的损伤演化规律.

参 考 文 献

- 1 Lemaitre J. Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1985, 51: 31~49
- 2 Lemaitre J, Semage J P. On damage law for different mechanism. *Computational Mechanics*, 1997, 20: 84~88
- 3 Chow C L, Wang J. An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics. *International Journal of Fracture*, 1987, 33: 3~16
- 4 Chow C L, Wang J. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 1987, 27: 547~558
- 5 Jong G S, In S N, Sahng J Y. A finite element approach to anisotropic damage of ductile materials in large deformations. Part I: An anisotropic ductile, elastic-plastic damage model.

- International Journal of Fracture, 1997, 84: 261 ~ 277
- 6 Jong G S, In S N, Sahng J Y. A finite element approach to anisotropic damage of ductile materials in large deformations, Part II: Finite element formulation and applications. International Journal of Fracture, 1997, 84: 279 ~ 295
- 7 Tang C Y, Shen W, Lee T C. A damage-base criterion for fracture prediction in metal forming processes; a case study in Al 2024T3 sheet. Journal of Materials Processing Technology, 1999, 89 ~ 90: 79 ~ 83
- 8 Tang C Y, Chow C L, Shen W, Tai W H. Development of a damage-based criterion for ductile fracture prediction in sheet metal forming. Journal of Materials Processing Technology, 1999, 91: 270 ~ 277

INCREMENTAL ANISOTROPIC DAMAGE THEORY AND ITS NUMERICAL ANALYSIS

Fan Jianping Tang Chakyin

(Department of Industrial and Systems Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong)

Abstract Under the framework of incremental anisotropic damage theory, this paper addresses the study of construction of the effect damage tensor and the effective stress equation using second-order symmetrical damage tensor. The incremental elastic stress-strain relation is derived. The process is similar to the analysis in plastic flow. Using von Mises yield criterion with anisotropic damage involved, the fourth-order symmetrical elasto-plastic-damage stiffness tensor is obtained. It reflects the intrinsic behaviour in material deformation. The damage evolution equation is constructed which is proportional to the equivalent plastic strain and the present damage. By simulating Al2024-T3 sheet metal in uni-axial tension, the damage parameters are determined. The validity of the damage evolution is verified by comparing the computed damage values with the experimental ones. This paper also presents some discussion on the damage distribution in a rectangular plate with a center hole.

Key words anisotropic damage, elasto-plastic deformation, damage evolution, stiffness tensor, finite element simulation