

惯性导航系统的误差估计

吴俊伟¹, 曾启明², 聂莉娟¹

(1. 哈尔滨工程大学自动化学院, 哈尔滨 150001; 2. 香港理工大学电机工程系, 香港)

摘要: 惯性导航系统 (INS) 以其自主的工作能力广泛应用于军事武备的导航、制导与控制系统和国民经济的诸多领域。它的主要缺点是定位误差随其工作时间的增长而增大。对惯导系统的误差进行估计和补偿是在保证性能价格比的前提下, 提高惯性导航系统精度的有效途径。目前, 对惯导系统的误差修正均采用外信息 (如 GPS 的输出信息) 校正, 即在 INS 工作的全部时间内, 定期地利用 GPS 输出的速度和位置信息与 INS 输出的相应信息的差值作为观测量, 对 INS 误差进行估计和补偿。Kalman 滤波的方法广泛地应用于惯导系统的误差修正初始对准。本文研究了当地水平惯导系统的误差估计和补偿问题。分析结果表明, 采用 Kalman 滤波的方法, 可以精确地估计惯导系统的误差 (包括陀螺漂移和加速度计零偏), 误差估计的精度高, 并且估计的方差阵收敛快。

关键词: INS; 误差估计; 误差补偿; Kalman 滤波

中图分类号: U666.12

文献标识码: A

Estimation of the INS' s Errors

WU Jun-wei¹, K M Tsang², NIE Li-juan¹

(1. Automation College, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Department of Electrical Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

Abstract: Inertial navigation system (INS) is used widely in many military and civil scopes because of its ability of independent operation. The primary disadvantage of INS is that the position error increases with the time. Error estimation and compensation is an effective approach to improve the accuracy of INS under the same ratio of performance to price. At present, the outside information (for instance, the outputs of GPS) is used to correct the errors of INS, i.e. the errors of INS are estimated and compensated regularly, based on taking the difference between the outputs of GPS and INS as the observation during the whole time of the INS operating. The Kalman filter is applied widely in error correction and the alignment of INS. In this paper, the research of error estimation and compensation has been made for INS of the local-level frame. The analysis results show that the errors of INS (the gyro drifts and accelerometer biases are included) can be estimated accurately by Kalman filter. The referenced velocity can be derived from either GPS or Doppler log, and the referenced heading from compass. The estimation precision is high and the relevant variances can rapidly convergence.

Key words: INS; error estimate; error compensation; Kalman filter

收稿日期: 2002-10-09

作者简介: 吴俊伟 (1962—), 女, 哈尔滨船舶工程大学副教授、博士, 研究方向为惯性导航系统技术、惯性组合导航系统技术。

1 引言

惯性导航系统 (INS) 以其自主的工作能力广泛应用于军事武备的导航、制导与控制系统和国民经济的诸多领域。它的主要缺点是定位误差随工作时间的增长而增大。对惯导系统的误差进行估计和补偿, 是在保证性能价格比的前提下, 提高惯性导航系统精度的有效途径。目前, 对惯导系统的误差修正均采用外信息 (如 GPS 的输出信息) 校正, 即在 INS 工作的全部时间内, 定期地利用 GPS 输出与 INS 输出的相应信息的差值作为观测量, 对 INS 误差进行估计和补偿。Kalman 滤波的方法广泛应用于惯导系统的误差修正初始对准。

目前, 惯导系统所采用的性能指标是基于统计特性的 (如 RMS、CEP、SEP、 σ), 惯导系统的误差包含三种周期振荡分量, 即舒拉周期振荡、傅科周期振荡和地球自转周期振荡。误差振荡分量的幅值比相应性能指标的标称值大得多, 对于载有武备系统的舰船、飞机上的惯导系统的输出瞬时误差, 尤其是姿态和速度误差不能忽略。此外陀螺漂移的随机分量也使惯导系统的振荡误差随时间积累。为了在中、低精度惯性元件条件下提高惯性导航系统的精度, 必须对惯性导航系统的误差进行估计和补偿。

文中以外部参考速度和参考航向与 INS 输出相应参量的差值作为观测量, 采用 Kalman 滤波的方法, 估计惯导系统的误差和惯性传感器的误差, 并对误差估计特性进行了分析。

2 惯导系统的误差方程与误差特性

惯性导航系统在动基座上的误差方程如下:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= (\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R_N} \tan \varphi) \beta - (\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R_N}) \gamma - \frac{1}{R_M} \delta V_y + \varepsilon_x \\ \dot{\beta} &= -(\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R_N} \tan \varphi) \alpha - \frac{V_y}{R_M} \gamma + \frac{1}{R_N} \delta V_x - \Omega \sin \varphi \delta \varphi + \varepsilon_y \\ \dot{\gamma} &= (\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R_N}) \alpha + \frac{V_y}{R_M} \beta + \frac{\tan \varphi}{R_N} \delta V_x + (\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R_N} \sec^2 \varphi) \delta \varphi + \varepsilon_z \\ \delta \dot{V}_x &= -g \beta + \frac{V_y \tan \varphi}{R_N} \delta V_x + (2\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R_N} \tan \varphi) \delta V_y + (2\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R_N} \sec^2 \varphi) V_y \delta \varphi + \Delta A_x \\ \delta \dot{V}_y &= g \alpha - (2\Omega \sin \varphi + 2\frac{V_x}{R_N} \tan \varphi) \delta V_x - (2\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R_N} \sec^2 \varphi) V_x \delta \varphi + \Delta A_y \\ \delta \dot{\varphi} &= \frac{\delta V_y}{R_M} \\ \delta \dot{\lambda} &= \frac{\sec \varphi}{R_N} \delta V_x + \frac{V_x}{R_N} \tan \varphi \sec \varphi \delta \varphi\end{aligned}\tag{1}$$

其中, α 、 β 、 γ 为平台误差角, δV_x 、 δV_y 为速度误差, $\delta \varphi$ 、 $\delta \lambda$ 为位置误差, ε_x 、 ε_y 、 ε_z 为陀螺漂移, ΔA_x 、 ΔA_y 为加速度计零偏。

当载体的运动速度较低时可以忽略载体的运动, 其简化方程与静基座的情况相同。惯性导航系统的

误差主要是由陀螺漂移、加速度计零偏和初始条件误差引起的。如上所述，惯导系统的误差中有三种周期振荡（即舒拉周期、付科周期和地球自转周期）并且随机陀螺漂移产生的误差随时间增长。此处略去误差对时间的响应。

3 惯导系统的离散误差方程

INS 的误差方程的状态空间表达式为：

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= A(t)X(t) + G(t)W(t) \\ Y(t) &= H(t)X(t) + V(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中： $X(t) = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta V_x \ \delta V_y \ \delta \varphi \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \Delta A_x \ \Delta A_y]^T$ ； $A(t)$ 、 $H(t)$ 、 $G(t)$ 分别为状态矩阵、输出矩阵和状态噪声输入矩阵； $W(t)$ 、 $V(t)$ 分别为状态噪声和输出噪声，它们均为独立的零均值的白噪声，其协方差阵分别为 Q 和 R 。

由于经度误差 $\delta \lambda$ 不影响其它误差变量，所以单独考虑：

$$\delta \lambda = \int \left(\frac{\sec \varphi}{R_N} \delta V_x + \frac{V_x}{R_N} \tan \varphi \sec \varphi \delta \varphi \right) dt$$

在载体运动速度较低的情况下，可以忽略上式中的第二项。

在动基座上， $A(t)$ 随载体的速度和纬度而缓慢变化，所以在一定的时间间隔内，可将 $A(t)$ 视为常数阵，即将误差系统作为分段线性定常系统。

在实际中，由于导航方程和 Kalman 滤波算法都是在计算机内计算的，所以需要将连续方程离散化，设方程 (1) 的离散化方程的形式为：

$$\left. \begin{aligned} X_{k+1} &= \Phi_{k+1,k} X_k + \Gamma_k W_k \\ Y_k &= H_k X_k + V_k \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中： $\Phi_{k+1,k} = e^{AT}$ 为 kT 时刻到 $(k+1)T$ 时刻的状态转移阵， $H_k = H(kT)$ 为输出矩阵， W_k 、 V_k 为互不相关的零均值的白噪声序列，协方差阵分别为 Q_k 和 V_k ，并且 $R_k = R(kT)$ 。

设 $Q_{1k} = \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T$ ， $Q_1 = G Q G^T$ ，则：

$$Q_{1k} \approx Q_1 T + \frac{T^2}{2} (A Q_1 + Q_1 A^T) + \frac{T^3}{24} [4A^2 Q_1 + 4Q_1 (A^T)^2 + 6A Q_1 A^T]$$

当 T 较小时，可有： $Q_{1k} \approx Q_1 T + \frac{T^2}{2} (A Q_1 + Q_1 A^T)$ 。

4 误差估计特性分析

为了分析和设计误差估计特性，需要对 INS 误差方程的 Kalman 滤波算法进行了仿真。陀螺漂移和加速度计零偏均包括两部分，即随机常值部分和具有指数型相关函数的部分。在短时间内，可以仅考虑随机常值部分。

设仿真条件为： $V_0 = 20 \text{ kn}$ ， $K_0 = \pi/4 \text{ rad}$ ， $\varphi_0 = \pi/4 \text{ rad}$ ， $\alpha_0 = 2'$ ， $\beta_0 = 2'$ ， $\gamma_0 = 6'$ ， $\delta \varphi_0 = 0$ ， $\delta \lambda_0 = 0$ ， $\Delta A_x = \Delta A_y = 10^{-4} g$ ， $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0.1 (^\circ/h)$ ，则估计误差及其方差特性的仿真结果分别如图 1 和图 2 所示。

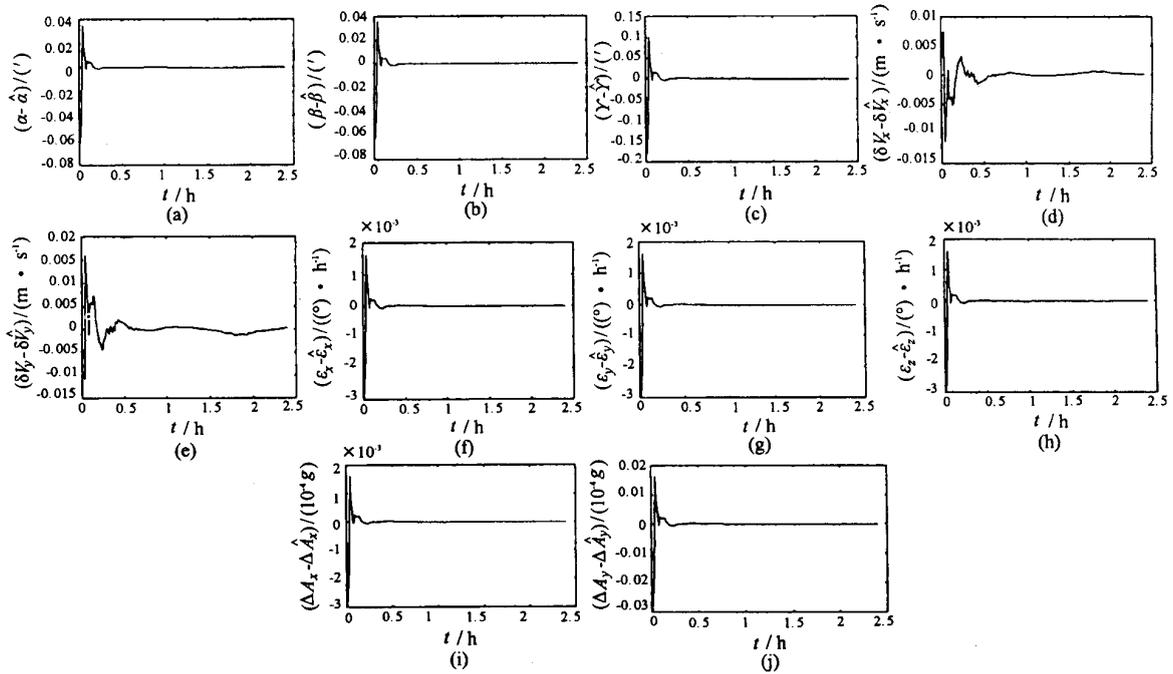


图 1 陀螺漂移为常值时惯导系统的估计误差

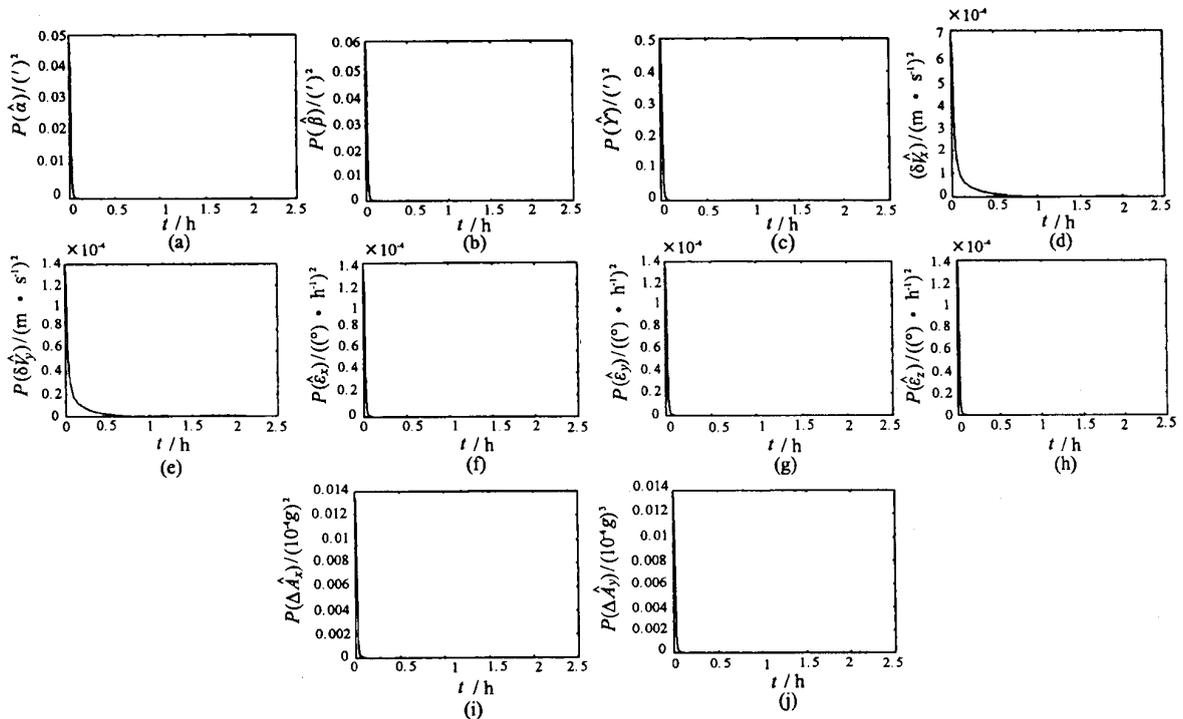


图 2 陀螺漂移为常值时惯导系统误差估计的方差

图 1 和图 2 所示的仿真结果表明：将陀螺随机常值漂移和加速度计的常值零偏作为扩充状态，应用 Kalman 滤波方法估计 INS 的误差时，误差估计精度高，估计方差收敛快。在图 1 和图 2 中没有示出纬度误差的估计特性（纬度误差的估计方差振荡发散，但是在估计时间内，其数值很小）。

陀螺的随机常值漂移和加速度计的常值零偏,在短计时间内即可达到较高的估计精度,并实现补偿。常值误差的估计和补偿既可以仅在初始对准过程中进行一次,也可以间隔固定的时间重复进行以保证惯导系统得精度。因此随机陀螺漂移是惯导系统的主要误差源,并且使惯导系统误差振荡分量的均方根与时间的平方根成比例。对于工作时间长的惯导系统,必须考虑随机漂移对系统性能的影响。将陀螺随机漂移作为扩充状态时,状态向量为： $X(t)=[a \ b \ g \ \ddot{a}V_x \ \ddot{a}V_y \ \ddot{a}j \ e_x \ e_y \ e_z]^T$ 。

设陀螺随机漂移的相关时间为 1 小时,方差为 $0.0001 ((^\circ)/h)^2$,其它条件同上。分析结果表明:方位误差和纬度误差的估计方差是发散的,陀螺漂移 e_x 和 e_z 的估计方差收敛缓慢。增加了航向误差观测时,除了纬度误差外,其它误差估计特性均是收敛的。调整 Kalman 滤波器的增益系数可以改变估计效果,仿真曲线如图 3 所示。

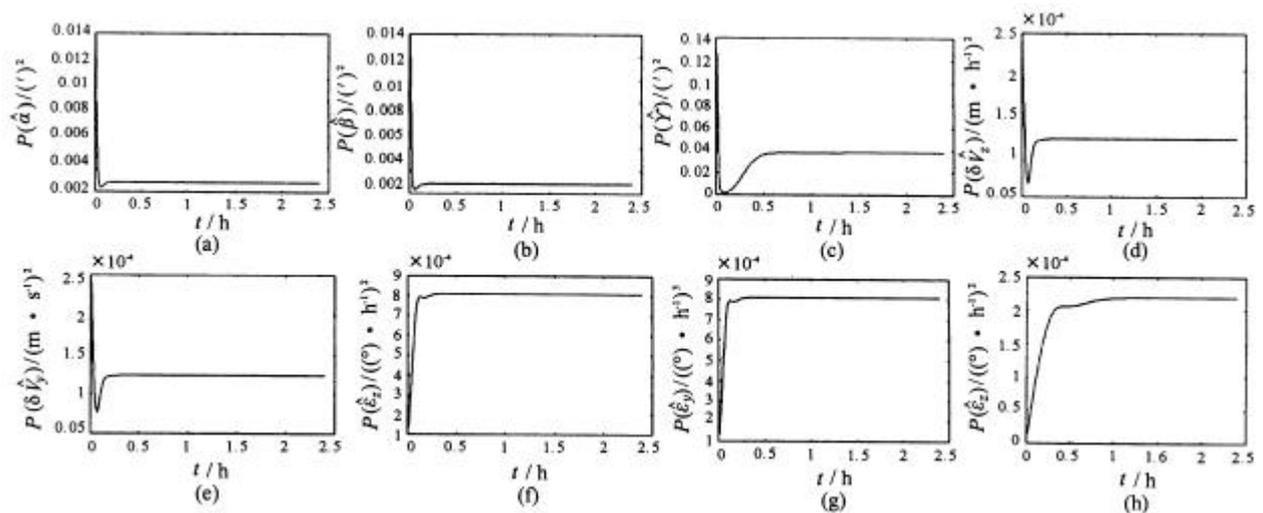


图 3 随机陀螺漂移时惯导系统的估计方差

根据以上分析可知,选择合适的扩充状态和观测量,利用最优或者次优 Kalman 滤波器,可以有效地估计惯导系统的误差和惯性传感器的误差。

5 结论

对惯导系统的误差进行估计和补偿,是在保证性能价格比的前提下,提高惯性导航系统精度的有效途径。通过扩充状态和观测量,利用 Kalman 滤波,可以精确地估计惯导系统的误差和惯性传感器的误差。估计和补偿可以分两步进行:首先利用外部参考速度与 INS 输出速度的差作为观测量,估计陀螺随机常值漂移和加速度计的常值零偏(此项工作也可以在初始对准中进行),然后增加航向误差观测,估计惯导系统的误差和陀螺的随机漂移。应用 Kalman 滤波估计 INS 的误差和惯性传感器的误差时,能够得到良好的估计特性。

致 谢

本文得到了香港理工大学研究项目的资助,项目编号为:G-T417,在此表示真诚的感谢!

参考文献:

[1] WU Jun-wei, HUANG De-ming, TAN Zheng-fan. Research on error self-estimation of INS in motion base[A]. Proceeding of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation[C], 2000-07.
 [2] Salychev O S. Inertial surveying: ITC Ltd. Experience[M]. Bauman MSTU Press, 1995.
 [3] 万德均, 房建成. 惯性导航初始对准[M]. 南京: 东南大学出版社, 1998-12.