经济贪贿腐败的参数分析

陈工孟[1], 沈翼之[2]
(1. 香港理工大学会计系,香港; 2. 上海海运学院计算机系, 上海 200135)

摘要: 介绍一个经济腐败模型,分析了各类参数对经济腐败的影响,给出了贪贿财富及开工率的计算.

关键词: 竞争; 平均成本; 成本偏差; 开工率
中图分类号: F22 ⑳

Parametric Analysis of Economy Corruption

CHEN Gong-meng[1], SHEN Yi-zhi[2]
(1. Hong Kong Polytechnic University, Hongkong; 2. Shanghai Maritime University, Shanghai 200135)

Abstract: This paper analyzes the effects of a variety of parameters on economy corruption through a corruption model. It also presents computation methods to estimate the amount of bribes and grafts as well as the utilization of capacity.

Keywords: competition; averagecost; costvariation; utilization of capacity

对经济贪贿腐败的诸因素作定量分析近年来有不少人作过研究. 例如, D. H. D. Lien[1]以概率方法研究了腐败过程中歧视的普遍性问题,证明了总存在无效分配. J. C. Andvig[2]采用概率方法研究了官僚腐败的获利与腐败发生频度的量化关系,并指明了一些机理用来解释腐败发生的一些程式化内容. A. Blomgvist[3]采用了通用计算平衡模型定量分析不发达国家的资源定量控制与腐败和寻找收益之间的关系. C. Bliss和 R. D. Tella[4]提出了一个腐败的分析模型,他们以此模型为基础作了竞争对经济腐败影响的量化分析,该模型虽较简单,刻画了利润与贪贿财富之间的数量关系,但缺乏更深入的分析.

本文基于 Bliss和 Tella的模型,更深层探讨了各类参数如竞争、平均成本、成本偏差、市场产品需求等对腐败和开工率的影响,给出了相应的计算,对数学演算的结果给出了经济意义.

1 经济贪贿腐败模型

设 X 为行业(例如纺织行业、冶金行业或电子行业等)中一家企业的经营成本(包括制造成本和销售成本), R为该企业的经营收益, G为贪贿人员攫取的财富(以下简称贪贿财富), C为企业经营的投入资金. X为随机变量,它的分布函数记为 $F(c)=P(X\leqslant c)$, $F(c)$为 c的不降函数, $F(c)\geqslant 0, F(0)=0, F(+\infty)=1$. 假设行业中的企业之间除了经营成本不同外,其他条件均相同,则 $F(c)$为行业中企业的开工率,称 $F(c)$为开工率函数,记 $U=F(c)$.

贪贿人员从企业收益 R中攫取财富 G后,企业经营的投入资金为 $R-G$,行业中企业的开工率为 $F(R-G)=P(X\leqslant R-G)$,称不能开工的比率 $P(X>R-G)=1-F(R-G)$为非开工率. 有关系式 $G=G\circ P(X\leqslant R-G)+G\circ P(X>R-G)=GF(R-G)+G(1-F(R-G))$,从而贪贿财富由开工贪贿财富和非开工贪贿财富构成. 一般来说为了攫取财富 G,贪贿人员会尽可能增加开工贪贿财富,即贪贿人员面对的是

$$\max_{G} GF(R-G) \tag{1.1}$$

⑳ 收稿日期: 1998-07-22

(1.1)式是以下讨论所依据的经济贪贿腐败模型．由该模型直接可得以下结论．

系 1　$\partial R/\partial U<0$.收益是开工率的函数 $R=R(U,\circ)$(这里$\circ$表示其它变量)．由于社会需求量一定,在市场经济中开工率越大,竞争对手越多,导致每家企业收益减少,企业的收益是行业中企业开工率的单调递减函数．

系 2　由(1.1)式,有 $\mathrm{d}(GF(R-G))/\mathrm{d}G=0$和 $\mathrm{d}^2(GF(R-G))/\mathrm{d}G^2<0$,得

$$F(R-G)-GF'(R-G)=0\text{和}\ -2F'(R-G)+GF''(R-G)<0 \tag{1.2}$$

以下记 $T=-2F'(R-G)+GF''(R-G)$.

系 3　G是 R的函数,对式(1.2)全微分可得$\dfrac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}R}=\dfrac{-F'(R-G)+GF''(R-G)}{T}=1+\dfrac{F'(R-G)}{T}$,因为 $T<0$,从而有

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}R}\leq 1\quad\text{和}\quad \frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}R}\begin{cases}>0 & F'(R-G)>GF''(R-G)\\ =0 & F'(R-G)=GF''(R-G)\\ <0 & F'(R-G)<GF''(R-G)\end{cases} \tag{1.3}$$

由此当 $\mathrm{d}G/\mathrm{d}R>0$时,虽然贪贿财富随着企业收益的增加而增加,但由(1.3)式可知增加幅度不超过企业收益增加幅度．(1.3)式中条件的意义说明如下．

记 $p(c)=F'(c)$,$p(c)$是成本为 c的概率,称为成本概率,把 $F'(R-G)=p(R-G)$与 $GF''(R-G)=G\circ\mathrm{d}p(R-G)/\mathrm{d}(R-G)$的关系画于图 1上．$\mathrm{d}p(R-G)/\mathrm{d}(R-G)\approx\triangle p(R-G)/\triangle(R-G)$是边际成本概率,$G\circ\triangle p(R-G)/\triangle(R-G)$是成本变动 G的成本概率变化量．当成本概率曲线 $p=p(c)$在$(R-G)$处变化较平坦时,成本概率对成本变化不敏感,成本概率变化量小于成本概率 $p(R-G)$(如图 1所示),这时由(1.3)知随着收益的增加贪贿财富也增加;反之当成本概率曲线在$(R-G)$处变化较陡峭时,使成本概率变化量大于成本概率则得相反的结论．

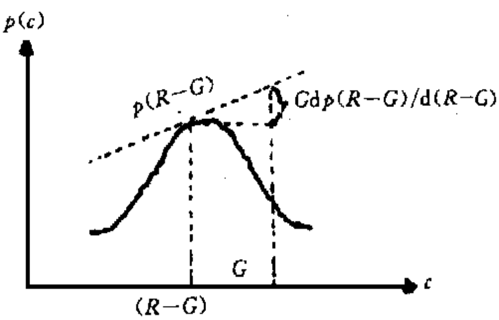

图 1　成本概率与它的变化量的关系

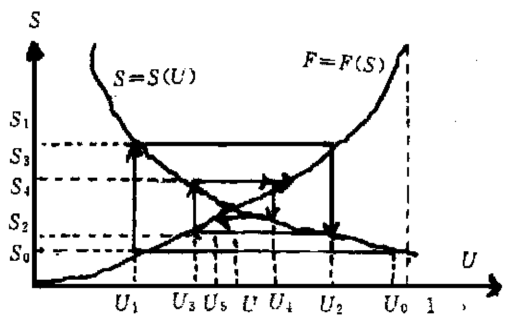

图 2　U_t和 S_t形成的“收缩型”蛛网

系 4　为简化表示,设 $R=R(U)$,成立动态平衡方程 $U=F(R(U)-G(R(U)))$．记 $S=R(U)-G(R(U))$,S是扣除贪贿财富后的剩余收益,由系 1和系 3$\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}U}=\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}U}-\dfrac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}R}\circ\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}U}=\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}U}\left(1-\dfrac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}R}\right)\leq 0$,$S=S(U)$是$U$的单调下降函数,其图形如图 2所示,图中也画出了 $F=F(R(U)-G(R(U)))=F(S)$的图形,它是 S的单调不降函数．令 U_t为 t时刻开工率($t=1,2,\cdots$),U_0为初始开工率,可得开工率序列 U_t和剩余收益序列S_t为 $S_0=R(U_0)-G(R(U_0))$,$U_1=F(S_0)=F(R(U_0)-G(R(U_0)))$,$S_1=R(U_1)-G(R(U_1))$,$U_2=F(S_1)=F(R(U_1)-G(R(U_1)))$,$S_2=R(U_2)-G(R(U_2))$,$\cdots$,$S_{2n}=R(U_{2n})-G(R(U_{2n}))$,$U_{2n+1}=F(S_{2n})=F(R(U_{2n})-G(R(U_{2n})))$,$S_{2n+1}=R(U_{2n+1})-G(R(U_{2n+1}))$,$U_{2n+2}=F(S_{2n+1})=F(R(U_{2n+1})-G(R(U_{2n+1})))$,$\cdots$．开工

率序列和剩余收益序列形成如图“收缩型”蛛网① ,它们的大小关系是

$$U_0 > U_2 > U_4 > \cdots > U_{2n} > \cdots; \quad U_1 < U_3 < U_5 < \cdots < U_{2n+1} < \cdots;$$

$$S_0 < S_2 < S_4 < \cdots < S_{2n} < \cdots; \quad S_1 > S_3 > S_5 > \cdots > S_{2n+1} > \cdots;$$

从而当 $n \to \infty$ 时有 $U_{2n} \to U, U_{2n+1} \to U$,开工率序列 U_t 收敛于平衡点 U,得开工率 U 的平衡方程 $U = F(R(U) - G(R(U)))$.

2 开工率函数不确定时的参数影响

设企业收益 $R = R(U, \mathrm{T}, \mathrm{V})$,这里 T是市场经济中的某个竞争参数,例如产品的运输费用,当竞争对手增多,竞争激烈时,一种产品在本地可能已供大于求,必须在外地寻求市场,引起运费增加,收益减少,因而有 $\partial R / \partial \mathrm{T} < 0$. V是市场对产品的需求量,市场对产品需求越大,则收益越大,所以有 $\partial R / \partial \mathrm{V} > 0$.

定理 1 动态平衡时,竞争越激烈则开工率越低.当成本概率变化量高于成本概率时,竞争激烈则贪贿财富增加;反之当成本概率变化量低于成本概率时,竞争激烈则贪贿财富减少. 又在动态平衡时,市场对产品需求越多则开工率越高. 当成本概率变化量高于成本概率时,市场对产品需求增加则贪贿财富减少;反之当成本概率变化量低于成本概率时,市场对产品需求增加则贪贿财富就增加.

证明 记 $\Theta = T + \frac{\partial R}{\partial U}(F')^2$. 由(1.2),恒有 $GF'' < 2F'$,且由系 4得动态平衡时有方程组

$$\begin{cases} U - F(R(U, \mathrm{T}, \mathrm{V}) - G) = 0 \\ F(R(U, \mathrm{T}, \mathrm{V}) - G) - GF'(R(U, \mathrm{T}, \mathrm{V}) - G) = 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

由隐函数存在定理和 $\partial R / \partial U < 0, \partial R / \partial \mathrm{T} < 0, \partial R / \partial \mathrm{V} > 0$ 和 $T < 0$,得在方程组(2.1)成立的点 $(G, U, \mathrm{T}, \mathrm{V})$ 的某个邻域内有

$$\frac{\partial U}{\partial \mathrm{T}} = \frac{-(F')^2 \frac{\partial R}{\partial \mathrm{T}}}{\Theta} < 0, \quad \frac{\partial R}{\partial \mathrm{T}} = \frac{(-F' + GF'')\frac{\partial R}{\partial \mathrm{T}}}{\Theta} \begin{cases} < 0 & GF'' < F' \\ > 0 & F' < GF'' < 2F' \end{cases}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mathrm{V}} = \frac{-(F')^2 \frac{\partial R}{\partial \mathrm{V}}}{\Theta} > 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \mathrm{V}} = \frac{(-F' + GF'')\frac{\partial R}{\partial \mathrm{V}}}{\Theta} \begin{cases} > 0 & GF'' < F' \\ < 0 & F' < GF'' < 2F' \end{cases}$$

从而可得定理. 当成本概率变化量低于成本概率时,由本定理及系 3可知市场需求增加、收益增加都会导致贪贿财富增加,但此时 $\partial G / \partial \mathrm{T} < 0$,故可调整竞争机制增强竞争来减少贪贿财富. 当成本概率变化量高于成本概率时,由本定理及系 3可知市场需求增加或收益增加,贪贿财富减少.

3 开工率函数确定时的参数影响

不同行业产品不同其成本不同,开工率函数也不同. 以下仅就开工率函数为指数分布、正态分布和均匀分布展开讨论,由各种分布得到的结论所含经济意义略有不同.

3.1 开工率函数为指数分布

$$F(c) = P(X \leq c) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{c}{\mathrm{U}}} & c \geq 0 \\ 0 & c < 0 \end{cases} \tag{3.1}$$

这里 U是平均成本 $E(X) = \mathrm{U}$. 收益是平均成本的函数即 $R = R(U, \mathrm{U})$,平均成本越高则收益越小,即 $\partial R / \partial \mathrm{U} < 0$.

定理 2 当开工率函数是指数分布时,平均成本越高则开工率越低,平均成本大小对贪贿财富多少的影响不确定.

① 当 $|dS/dU| \gg 1$ 和对 $S \in [0, \mathrm{X})$(X是一个相当小的正数)有 $dF/dS \gg 1$ 时,会形成“发散型蛛网”. 可以知道“发散型蛛网”的开工率序列趋于 1或 $F(R(1) - G(R(1)))$,以下要讨论各类参数对平衡点 U 的影响,对该讨论,“发散型蛛网”的情况是平凡的故不予考虑.

证明　记 $\Delta = 2\mathrm{U}^2 + G\mathrm{U} - \mathrm{U} e^{-\frac{R-G}{\mathrm{U}}} \frac{\partial R}{\partial U}$. 把 (3. 1)式代入以下方程组

$$\begin{cases} U - F(R(U,\mathrm{U}) - G) = 0 \\ F(R(U,\mathrm{U}) - G) - GF'(R(U,\mathrm{U}) - G) = 0 \end{cases}$$

由隐函数存在定理和 $\partial R/\partial U < 0$及 $\partial R/\partial \mathrm{U} < 0$,在上述方程组成立的点 (G, U, U)的某个邻域内成立如下关系,从而得到本定理.

$$\frac{dU}{d\mathrm{U}} = \frac{-Re^{-\frac{R-G}{\mathrm{U}}} + \mathrm{U}e^{-\frac{R-G}{\mathrm{U}}}\frac{\partial R}{\partial \mathrm{U}}}{\Delta} < 0$$

$$\frac{dG}{d\mathrm{U}} = -\frac{(R-2G)\mathrm{U} + G(R-G) - (\mathrm{U}+G)\mathrm{U}\frac{\partial R}{\partial \mathrm{U}} + G\frac{\partial R}{\partial U}e^{-\frac{R-G}{\mathrm{U}}}}{\Delta}$$

3. 2　开工率函数为正态分布

$$F(c) = P(X \leq c) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{c} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dt \qquad (3. 2)$$

这里 $\mu = E(X)$即平均成本, $\sigma = \sqrt{D(X)}$为标准离差,它是成本偏差标志了实际成本偏离平均成本的程度. 假设 R为期初对行业中各企业的平均投资,则 $R = R(U)$.

定理 **3**　当开工率函数为正态分布和企业经营投入资金超过平均成本时,平均成本越高,则开工率越低和贪贿财富越少;成本偏差越大,则开工率越低,但对贪贿财富多少的影响不确定.

证明　记 $H = 2\sigma^2 + G(R - G - \mu) - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(R-G-\mu)^2}{2\sigma^2}}\frac{\partial R}{\partial U}$, $J = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(R-G-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. 把 (3. 2)式代入以下方程组

$$\begin{cases} U - F(R(U) - G) = 0 \\ F(R(U) - G) - GF'(R(U) - G) = 0 \end{cases}$$

由隐函数存在定理及 $\partial R/\partial U < 0$,上述方程组成立的点 (G, U, μ, σ)的某个邻域内成立如下关系

$$\frac{\partial U}{\partial \mu} = -\frac{\sigma J}{H} < 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \mu} = -\frac{\sigma^2 + G(R - G - \quad)}{H} < 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \sigma} = -\frac{(R - \quad)J}{H} < 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \sigma} = -\frac{\sigma^2(R - 2G - \mu) + G(R - G - \mu)^2 + \sigma GJ\frac{\partial R}{\partial U}}{\sigma H}$$

由上述四个关系式可得本定理. 以下对上述关系式作进一步的讨论.

1)当平均成本 $\mu \approx (R - G)$,有 $\frac{\partial U}{\partial \mu} \approx -\frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma - \frac{\partial R}{\partial U}}$; 又当 $\sigma \approx 0$,即成本一致性较好,则 $(\partial U/\partial \mu)(\partial R/\partial U) \approx 1$,此时平均成本增加产生开工率 U的降低率近似等于开工率 U的提高引起平均投资降低率的倒数.

2)当平均成本 $\mu \approx (R - G)$,有 $\frac{\partial G}{\partial \mu} \approx -\frac{\sqrt{2\pi}\sigma}{2\sqrt{2\pi}\sigma - \frac{\partial R}{\partial U}}$,又当 $\sigma \approx 0$,即成本一致性较好,则 $\partial G/\partial \mu \approx 0$,成本的变化不引起贪贿财富的变化. 当 $\sigma \to \infty$,即实际成本偏离平均成本很多,则有 $\partial G/\partial \mu \approx -1/2$,这时贪贿财富的减少量约是平均成本提高量的一半.

3) 当实际成本偏离平均成本很多即 $\sigma \to \infty$,或成本一致性较好 $\sigma \approx 0$,则有 $\partial U/\partial \sigma \approx 0$,这时实际成本偏离平均成本对开工率 U的影响不大.

4) 当 $\mu \approx (R - G)$,有 $\frac{\partial G}{\partial \sigma} \approx \frac{G - \frac{G}{\sqrt{2\pi}\sigma}\frac{\partial R}{\partial U}}{2\sigma - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\partial R}{\partial U}}$,该式中分母恒大于零,分子也大于零,得 $\partial G/\partial \sigma > 0$. 这时实际

成本偏离平均成本会导致贪贿财富的增加.

3.3 开工率函数为均匀分布

1) 设 $F(c)$是成本区间 $[C_1+W, C_2-W]$上的均匀分布 (这里 $W>0, C_2-W>C_1+W$) ,有

$$F(c)=\begin{cases}0 & c\leq C_1+W\\ \dfrac{c-C_1-W}{C_2-C_1-2W} & C_1+W<c\leq C_2-W\\ 1 & C_2-W<c\end{cases}\tag{3.3}$$

成本 X的期望值和方差为 $E(X)=(C_2+C_1)/2, D(X)=(C_2-C_1-2W)^2/12$. 当 W变大时 $D(X)$变小 ,实际成本接近平均成本 ,实际成本低于平均成本的冗余变小 ,企业收益 R减少 ,有 $\partial R/\partial W<0$.

定理 **4** 当开工率函数为成本区间 $[C_1+W, C_2-W]$上均匀分布时 ,W的大小通常对开工大小和贪贿财富多少的影响不确定 ,但若 W的变化 (成本区间变化)引起收益极大地变化 ,则可使开工率变小和贪贿财富减少 .

证明 记 $d=C_2-C_1-2W$,把 (3.3)式代入以下方程组

$$\begin{cases}U-F(R(U,W)-G)=0\\ F(R(U,W)-G)-GF'(R(U,W)-G)=0\end{cases}$$

由隐函数存在定理 ,在上述方程组成立的点 (G,U,W)的某个邻域有

$$\frac{dU}{dW}=\frac{C_2+C_1-2R-d\dfrac{\partial R}{\partial W}}{-2d^2+d\dfrac{\partial R}{\partial U}},\quad \frac{dG}{dW}=\frac{d(4G+C_2+C_1-2R)-2G\dfrac{\partial R}{\partial U}-d^2\dfrac{\partial R}{\partial W}}{-2d^2+d\dfrac{\partial R}{\partial U}}$$

虽然上两个关系式的分母因 $\partial R/\partial U<0$而为负 ,但通常分子的正负号难以确定 . 若$|\partial R/\partial W|\gg 1$时上两个关系式的分子为正 ,则有 $dU/dW<0$和 $dG/dW<0$,定理得证 .

2) 设 $F(c)$是成本区间 $[C_1+Z, C_2+Z]$上的均匀分布 ($Z>0, C_2>C_1$) ,有

$$F(c)=\begin{cases}0 & c\leq C_1+Z\\ \dfrac{c-C_1-Z}{C_2-C_1} & C_1+Z<c\leq C_2+Z\\ 1 & C_2+Z<c\end{cases}\tag{3.4}$$

成本 X的期望值和方差分别为 $E(X)=(C_1+C_2+2Z)/2$和 $D(X)=(C_2-C_1)^2/12$,当 Z变大 (成本区间右移)平均成本变大 ,收益减少 ,有 $\partial R/\partial Z<0$.

定理 **5** 当开工率函数为成本区间 $[C_1+Z, C_2+Z]$上的均匀分布时 ,Z增大 (成本区间右移 ,平均成本增大)则开工率减少 ,贪贿财富减少 .

证明 把 (3.4)式代入以下方程组

$$\begin{cases}U-F(R(U,Z)-G)=0\\ F(R(U,Z)-G)-GF'(R(U,Z)-G)=0\end{cases}$$

由隐函数存在定理及 $\partial R/\partial Z<0$和 $\partial R/\partial U<0$,在上述方程组成立的点 (G,U,Z)的某邻域有

$$\frac{dU}{dZ}=\frac{1-\dfrac{\partial R}{\partial Z}}{-2(C_2-C_1)+\dfrac{\partial R}{\partial U}}<0,\qquad \frac{dG}{dZ}=\frac{\left(1-\dfrac{\partial R}{\partial Z}\right)(C_2-C_1)}{-2(C_2-C_1)+\dfrac{\partial R}{\partial U}}<0,$$

即得定理 .

4 开工率函数确定时的贪贿财富和开工率的计算

计算针对开工率函数为指数分布、均匀分布和正态分布进行 .

1)开工率函数为指数分布由 (1.2)和 (3.1)得 $e^{\frac{1}{U}(R-G)}-1-\frac{G}{U}=0$,它为非线性方程 ,可由数值解法求 G的近似值 . 将 (3.1)代入 $T=-2F'(R-G)+GF''(R-G)$得 $T<0$,知由该方程得到 G使 $GF(R-G)$达到最

大值. 也可大致估算 G和 U,由 $R\geq G$有 $e^{\frac{1}{U}(R-G)}\geq 1+\frac{(R-G)}{U}+\frac{(R-G)^2}{2U^2}$,得 $G\geq R+2U-\sqrt{2RU+4U^2}$. 开工率为 $U=F(R-G)\leq 1-e^{2-\sqrt{\frac{2R}{U}+4}}$.

2) 开工率函数为 $[C_1, C_2]$上均匀分布 (这里 $C_1<C_2$),有

$$F(c)=\begin{cases}0 & c\leq C_1\\ \dfrac{c-C_1}{C_2-C_1} & C_1<c\leq C_2\\ 1 & C_2<c\end{cases}\tag{3.4}$$

当 $C_1\leq R-G\leq C_2$,由 (1.2)式可得 $G=(R-C_1)/2$. 又此时有 $T<0$,故 $G=(R-C_1)/2$确实使 $GF(R-G)$达到最大值. 开工率 $U=\frac{R-C_1}{2(C_2-C_1)}$. 当收益 $R=C_2$时,有 $U=1/2$,开工率仅为 50%. 当 $R=2C_2-C_1$,得 $U=1$,所以当收益足够大 $R\geq 2C_2-C_1$时开工率为 100%.

3)开工率函数为正态分布

$$F(c)=\frac{1}{e\sqrt{2c}}\int_{-\infty}^{c}e^{-\frac{(t-\_)^2}{2e^2}}\mathrm{d}t$$

由 (1.2)可得 $\frac{1}{\sqrt{2c}}\int_{-\infty}^{\frac{R-G-\_}{e}}e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t-\frac{G}{e\sqrt{2c}}e^{-\frac{(R-G-\_)^2}{2e^2}}=0$. 令 $x=(R-G-\_)/e$,即有非线性方程 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2c}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t-\frac{(R-xe-\_)}{\sqrt{2c}\,e}e^{-\frac{x^2}{2}}=0$. 由演算可知要使 $T<0$必须 $2e^2+G(R-G-\_)>0$. 以数值解法 (如两分法,牛顿法等)求 $G=(R-xe-_)$的近似值,查正态分布表可得开工率.

5 开工率函数不确定时贪贿财富和开工率的计算

基于模型 (1.1)的贪贿财富和开工率的计算首先必须确定开工率服从的分布,这可按历史的成本数据采用直方图或概率图得出开工率的分布假设,以无偏估计或最大或然估计估算分布参数和采用假设检验确认分布[5,6]. 有时可能用成本数据无法确定分布,则可采用经验分布来估算贪贿财富和开工率. 设开工率函数 $F(x)$,n个历史的采样成本值为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,按它们的值从小到大排序记为 $x_{(1)}\leq x_{(2)}\leq\cdots\leq x_{(n)}$,构造经验分布函数

$$F_n(x)=\begin{cases}0 & x\leq x_{(1)}\\ \dfrac{i-1}{n-1}+\dfrac{x-x_{(1)}}{(n-1)(x_{(i+1)}-x_{(i)})} & x_{(i)}<x\leq x_{(i+1)},\ i=1,2,\cdots,n-1\\ 1 & x_{(n)}<x\end{cases}\tag{5.1}$$

依 $\max\limits_{G}GF_n(R-G)$在 $F_n(R-G)$导数存在点有 $F_n(R-G)-GF_n'(R-G)=0$,当 $x_{(i)}<R-G\leq x_{(i+1)}$时

$$G=\frac{1}{2}(x_{(i+1)}-x_{(i)})(i-1)+\frac{1}{2}(R-x_{(i)})\tag{5.2}$$

又 $T=-2F'_n(R-G)+GF''_n(R-G)=\frac{-2}{(n-1)(x_{(i+1)}-x_{(i)})}<0$,故 (5.2)式的 G使 $GF_n(R-G)$达到极大. 由 (5.2)可列出以下的求贪贿财富和开工率的算法.

算法 求贪贿财富和开工率

1)对历史成本值排序 $x_{(1)}\leq x_{(2)}\leq\cdots\leq x_{(n)}$.

2)由 (5-2)对所有 $1\leq i\leq n-1$计算 G记为 G_i

a)若仅有某个 $1\leq i_1\leq n-1$,有 $x_{(i_1)}<R-G_{i_1}\leq x_{(i_1+1)}$,则按 (5.1)计算开工率 $U=F(R-G_{i_1})$,算法结束.

b)若 $1\leq i_1,i_2,\cdots,i_k\leq n-1$,有 $x_{(i_1)}<R-G_{i_1}\leq x_{(i_1+1)},x_{(i_2)}<R-G_{i_2}\leq x_{(i_2+1)},\cdots,x_{(i_k)}<R-G_{i_k}\leq x_{(i_k+1)}$,则按 (5.1)计算 $U_{i_j}=F(R-G_{i_j})(1\leq j\leq k)$,输出 $\max\limits_{1\leq j\leq k}G_{i_j}F_n(R-G_{i_j})$的 G和相应的 U,算法结束.

c)否则大致估算可能的最大和最小的贪贿财富及开工率: 按 (5. 2)计算最大的和最小的 G_{max}, G_{min}, 按 (5. 1)计算相应的 $U_{min}=F(R-G_{max})$, $U_{max}=F(R-G_{min})$,算法结束 .

6 总结

本文分析了一些经济参数对腐败的影响. 一般可把各种概率分布中所包含的参数按其几何意义归类为位置参数、尺度参数或形状参数,当讨论开工率为一些具体概率分布的经济腐败问题时,概率分布参数就具有相应的经济意义,可按参数的经济意义分析它们与腐败的关系 . 虽然我们在文中仅讨论了三种开工率分布函数,但所得出的结论带有普遍意义,所涉及的方法也适用于开工率为其它分布函数时经济腐败问题的讨论 .

定理 4和定理 5在文献 [4]中有类似的讨论,但在那里把利润看成为与成本区间变动无关,这有悖常理 . 我们把收益看成随成本区间变动而变动,因而得到了更深的结果 . 当开工率函数为具体分布或提供历史成本值时,就可设法估算企业腐败失去的财富和开工率,这种求解按分布情况可有解析解或近似解 .

参考文献:

[1] Lien, Da Hsiang Donald. Corruption and allocation efficiency. Journal of Development Economics, 1990, 33(1): 153~ 164.

[2] Andvig Jens C, Moene Karl Ove. How corruption may corrupt. Journal of Economic Behavior and Organization, 1990, 13(1): 63~ 76.

[3] Blomqvist Ake, Mohammad Sharif. Controls, corruption and competitive rend seeking in LDCs. Journal of Development Economics, 1986, 21(1), 161~ 180.

[4] Bliss Christopher, Tella Rafael Di. Does competition kill corruption? Journal of Political Economy, 1997, 105(5): 1001~ 1023.

[5] Banks Jerry, Carson John. Discrete-event System Simulation. Prentice-Hall, Inc. , Englewood Cliffs, New Jersey. 1984.

[6] Law Averill M, Kelton W David. Simulation Modeling and Analysis. Mcgraw-Hill, N New York, 1982.

(上接第 55页)

参考文献:

[1] 张维,李玉霜 . 商业银行信用风险分析综述 . 管理科学学报, 1998, 1(3): 11~ 20.

[2] Fraydman H, Altmen E, Kao D. Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress. J Banking and Finance, 1985, 11(1): 269~ 291.

[3] Friedman J. A Recursive Partitioning Decision Rule for Nonparametric Classification. IEEE Trans on Computers, 1977, 26(4): 404~ 408.

[4] Breiman L, Friedman J H, et al. Classification and Regression Trees. Wadsworth International, 1984.

[5] Yang P F, Maragos P. Min-Max classifiers: learnability, design and application. Pattern Recognition, 1995, 28(4): 879~ 899.

[6] 陈秀镐著,邱焕等译 . 统计模式识别 . 北京: 北京邮电学院出版社, 1989.