

# 按最大最小角速度作牛头刨床的飞轮设计\*

侯文英<sup>1</sup>, 陈清远<sup>2</sup>, 冀向华<sup>3</sup>, 康 硕<sup>3</sup>

(1. 包头钢铁学院, 内蒙古 包头 014010; 2. 香港理工大学, 香港 九龙 2362; 3. 中南大学, 湖南 长沙 410075)

摘要: 按  $\omega_{\max}$  和  $\omega_{\min}$  作机构动态静力分析, 可在做机构动应力分析的同时, 完成飞轮的精确设计。

关键词: 牛头刨床; 飞轮; 设计

中图分类号: TH123 文献标识码: A 文章编号: 1007-4414(2003)04-0038-02

牛头刨床的飞轮作为一个能量储存器, 利用动能的形式把能量储存或释放出来。牛头刨床在一个工作周期中, 工作时间短、峰值载荷大, 利用飞轮在机械非工作时间所储存的能量来帮助克服其尖峰荷载。从而可以采用较小功率的原动机达到减少投资及降低能耗的目的。飞轮的转动惯量小, 则不能达到调速的目的, 而飞轮的转动惯量过大, 则体积大, 安装不变, 也造成材料的浪费, 故需精确设计。

## 1 设计过程

(1) 分别按  $\omega = \omega_{\max}$  和  $\omega = \omega_{\min}$  求出构件上的位移, 速度, 加速度, 惯性力, 支反力和主动件的平衡力。如图 1 所示。

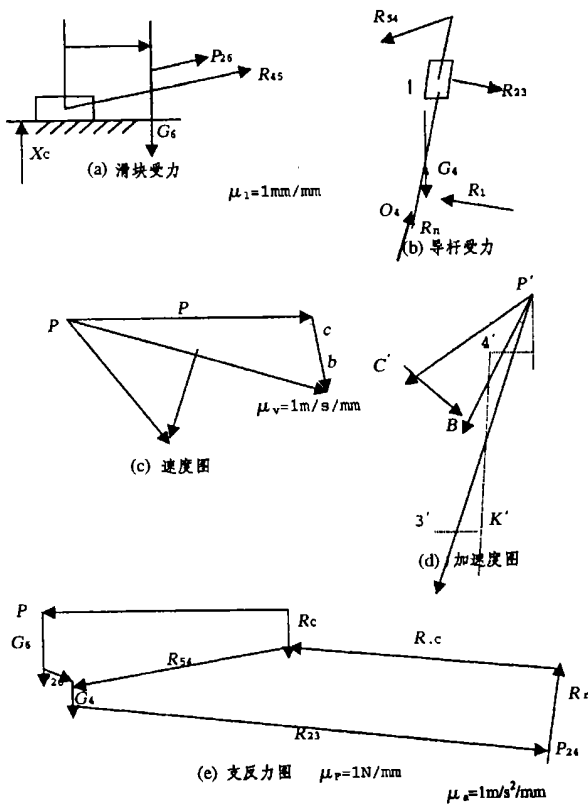


图 1 部分动态静力分析过程

图 1 示牛头刨床, 分别按  $\omega = \omega_{\max}$ ,  $\omega = \omega_{\min}$  做构件动态静力分析。求出构件惯性力, 运动副反力及主动件上的平衡力和平衡力矩。如图 2。分别做对应的两条动态等效阻力矩曲

线和阻力功曲线及盈亏功曲线则前一曲线的最高值与后一曲线的最低值之差就是设计飞轮的最大盈亏功  $\Delta W_{y\max}$ 。

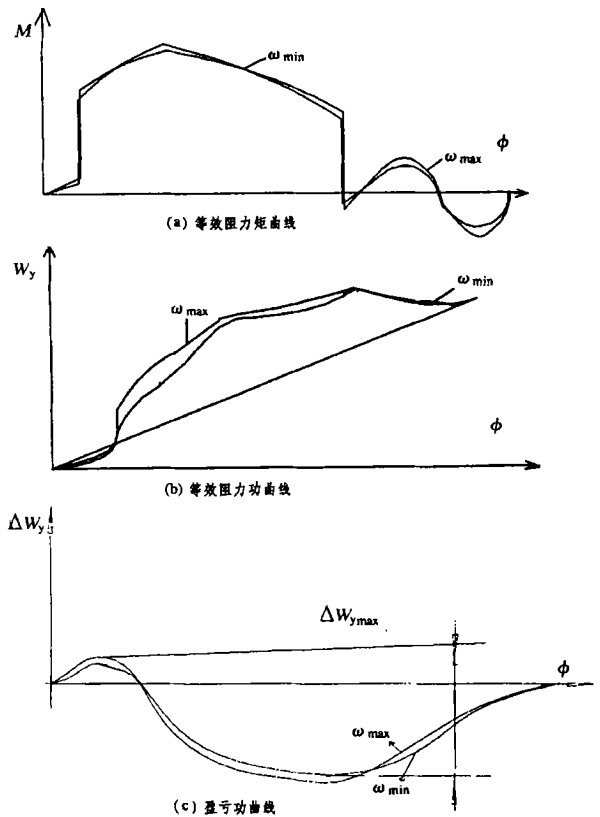


图 2 等效阻力功曲线与盈亏功曲线

则飞轮的转动惯量  $J_F = \frac{\Delta W_{y\max}}{\omega_m^2 \delta} - J_0$

$J_F$  和  $J_0$  分别为飞轮转动惯量和等效转动惯量的常数部分。由于粗略的设计方法是用平均角速度  $\omega_m$  做运动分析, 动态静力分析, 进而获得  $M-\phi$  曲线, ( $\phi$  为等效构件转角)  $W_r-\phi$  曲线,  $\Delta W-\phi$  曲线, 得到  $\Delta W_{\max}$ , 显然  $\Delta W_{\max} > \Delta W_{\max}$  是设计的飞轮转动惯量大于实际所需的飞轮转动惯量, 故此方法为精确方法。

## 2 证明和推理过程如下

### 2.1 虚位移原理与平衡力

由虚位移原理, 作用于系统中的阻力与平衡力所做的虚

\* 收稿日期: 2003-01-15

作者简介: 侯文英(1957-), 男, 硕士, 从事机械原理教学科研工作。

功和为 0。

$$M_i d\varphi_i + M_{bi} d\varphi = 0$$

式中:  $M_i$  为  $i$  个力,  $M_{bi} d\varphi_i$  为第  $i$  个力的微功,  $M_{bi}$  为第  $i$  个力的平衡力,  $M_{bi} d\varphi_i$  为第  $i$  个平衡力的微功。

$$M_i \omega_i + M_{bi} \omega = 0$$

$$\omega_{bi} = -\frac{\omega_i}{\omega} M_i$$

式中:  $\omega_i$  为第  $i$  个构件的角速度,  $\omega$  为等效构件的角速度。

$$M_b = \sum \left[ -\frac{\omega_i}{\omega} M_i \right]$$

### 2.2 达朗伯原理与惯性力的等效力

根据达朗伯原理, 构件的惯性力作为假想得力作用于构件, 动力学问题转化为静力学问题, 惯性力等效力  $M_i^I = -J_i \varepsilon_i$ ,  $J_i, \varepsilon_i$  分别为转动惯量和角加速度。

$M_{bi}^I = \frac{\omega_i}{\omega} J_i \varepsilon_i$  惯性力的等效力所做的功, 等于构件动能的改变。

$$\begin{aligned} \int M_{bi}^I d\varphi_i &= \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \varepsilon_i d\varphi_i = \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \frac{d\omega_i}{dt} d\varphi_i = \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i \frac{d\omega_i}{d\varphi_i} \frac{d\varphi_i}{dt} \cdot d\varphi_i \\ &= \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i d\omega_i = \int \frac{\omega_i}{\omega} J_i d\omega_i \frac{\omega_i}{\omega_i} \\ &= J_i \int \omega_i d\omega_i = \frac{1}{2} J_i \omega_i^2 / \omega_i^2 \\ &= \frac{1}{2} J_i (\omega_i^2 - \omega_{i0}^2) \\ &= \frac{1}{2} J_{ei} (\omega^2 - \omega_0^2) \end{aligned}$$

$J_{ei}$  为第  $i$  个构件的等效转动惯量。(因为按等效转惯的定义:  $J_i \omega_i^2 = j_{ei} \omega^2$ ),  $\omega_0$  为初始角速度。若不止一个构件, 则  $\frac{1}{2} J_{ei} (\omega^2 - \omega_0^2) = \sum \frac{1}{2} J_{ei} (\omega_i^2 - \omega_{i0}^2)$

### 2.3 此方法的证明

外力所做的功等于系统动能的增量

设  $J_F$  为飞轮转动惯量,  $\varphi$  和  $\varphi_0$  为角位移和角位移的初始值。  $E_{qu}$  和  $E_{zu}$  分别为驱动力和阻力做的功。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 + \frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2 - \frac{1}{2} J_e(\varphi_0) \omega_0^2 &= E_{qu} - E_{zu} \\ \frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 &= E_{qu} - \left\{ E_{zu} + \left[ \frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2 - \frac{1}{2} J_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

飞轮的动能

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} J_F \omega^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 \\ E_{qu} - \left\{ E_{zu} + \left[ \frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2 - \frac{1}{2} J_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

仿照上式构造 2 个新函数:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} J_F \omega_{\max}^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 = \\ E_{qu} - \left\{ E_{zu} + \left[ \frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2 - \frac{1}{2} J_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\} \\ E_2 &= \frac{1}{2} J_F \omega_{\min}^2 - \frac{1}{2} J_F \omega_0^2 = \\ E_{qu} - \left\{ E_{zu} + \left[ \frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2 - \frac{1}{2} J_e(\varphi_0) \omega_0^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

比较两式可知, 仅在  $E_{\max} = E$  位置时  $E_1 = E$ , 而在其余位置由于  $E_{\max} < E$ ,  $E_1 < E$ 。但当  $E_{\max} = E$  时,  $E(\varphi)$  也相应达到最大值  $E_{\max}$ 。因此  $E_1$  和  $E$  两个函数在机构的同一位置出现最大值, 并且它们的最大值相等, 故可以由  $E_1(\varphi)$  的最大值分别定出  $E(\varphi)$  的最大值及其相应的位置  $\varphi_{\max}$ 。

同理, 仅在  $E_{\min} = E$  位置时  $E_2 = E$ , 而在其余位置由于  $E_{\min} > E$ ,  $E_2 > E$ 。但当  $E_{\min} = E$  时,  $E(\varphi)$  也相应达到最小值  $E_{\min}$ 。因此  $E_2$  和  $E$  两个函数在机构的同一位置出现最小值, 并且它们的最小值相等, 故可以由  $E_2(\varphi)$  的最小值分别定出  $E(\varphi)$  的最小值及其相应的位置  $\varphi_{\min}$ 。具体写出:

$$\begin{aligned} E_1(\varphi) \leq E(\varphi) \leq E_{\max} &= E(\varphi_{\max}) = E_1(\varphi_{\max}) = E_{1\max} \\ E_2(\varphi) \geq E(\varphi) \geq E_{\min} &= E(\varphi_{\min}) = E_2(\varphi_{\min}) = E_{2\min} \end{aligned}$$

### 3 结论

(1) 它是精确的飞轮设计方法。由于采用  $\omega_{\max}, \omega_{\min}$  分别做机构的运动分析, 动态静力分析, 得到 2 条  $\Delta W_y$  曲线, 从而  $\Delta W_{\min} < \Delta W_{\max}$ , 使设计的飞轮转动惯量在保证调速要求的情况下, 小于仅用  $\varphi_m$  做分析设计得到的飞轮转动惯量。

(2) 此设计的同时, 可以求出支反力的变动范围, 有利于动应力强度计算。

(3) 可以得到构件惯性力的变动范围, 有利于动应力强度计算。

(4) 提出了惯性力的等效力的观点。是等效力概念的扩展。

(5) 利用虚位移原理和达朗伯原理原是为了求平衡力时, 避开支反力, 本文从支反力分析求平衡力, 利用两原理证明等效阻力功曲线的一致。

(6) 由于  $\omega$  为变量, 实际机构真实动能曲线无法绘出, 必须采用偏微分方程才能得到真实曲线。采用此法就避免了求真实动能曲线, 而又能达到精确设计。

(7) 其他方法虽然也能求出飞轮转动惯量精确值, 然后在做真实运动下支反力的计算。而此方法是同时得到, 且可以在飞轮  $J_F$  求出之前就预先知支反力的大小。

### 参考文献:

[1] 孙 桓. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.

(上接第 37 页)

### 3 应用举例

已知滑块行程  $H = 150\text{mm}$ , 行程速比系数  $K = 1.25$ 。试设计具有最佳传动角的曲柄滑块机构。

解: 根据  $K = 1.25$ , 计算得到极位夹角  $\theta = 20^\circ$ , 参变量  $\beta$  的探索区间为  $[0^\circ, 70^\circ]$ 。取等分数  $n = 8$ , 终止限  $\varepsilon = 0.1^\circ$ 。启动程序, 经初始化, 输入各设计参数后, 打印输出结果为: 当  $\beta = 13.5^\circ$  时, 机构的最小传动角的最大值为  $(\gamma_{\min})_{\max} = 42^\circ$ 。

$811^\circ$ , 曲柄长度  $a = 69.83\text{mm}$ , 连杆长度  $b = 172.36\text{mm}$ , 偏距  $e = 56.56\text{mm}$ 。

### 参考文献:

[1] 杨秀杰. 曲柄摇杆机构寻优方法[J]. 机械传动, 1997(2): 18-20.  
[2] 刘惟信. 机构最优设计[M]. 北京: 清华大学出版, 1994.